الصف الثالث الإعدادى

الترم الثانى

مراجعة نهائية

فى

الهندسة







إعداد وتصميم



معلم أول رياضيات

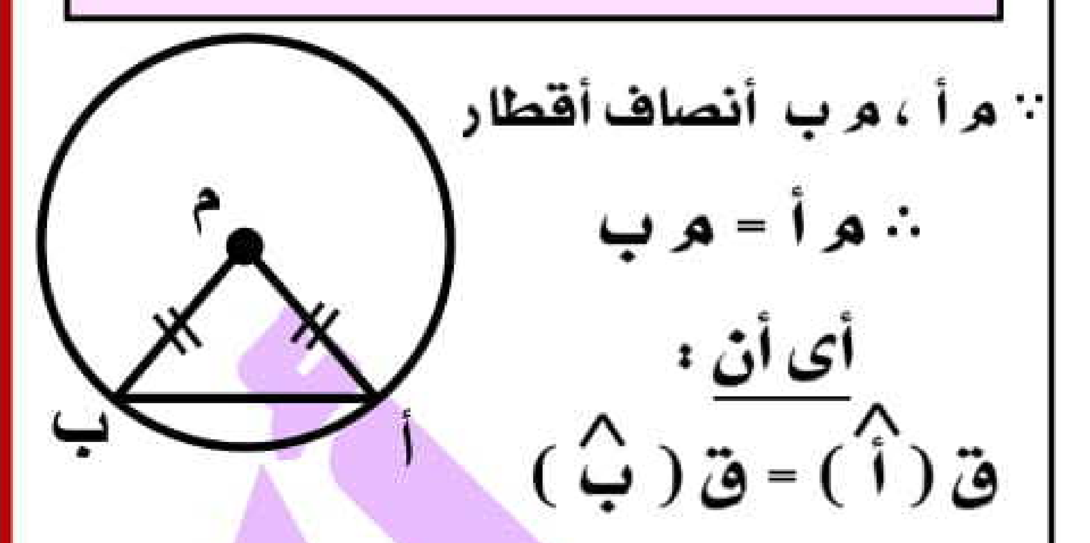




01202560239

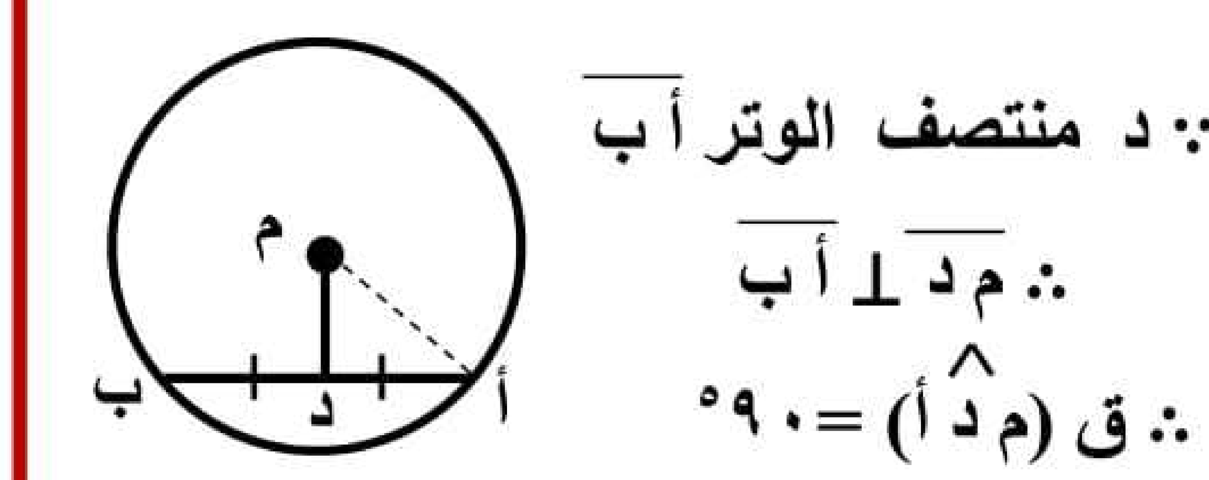
مفاهيم أساسية

أنصاف الأقطار في الدائرة الواحدة متساوية في الطول



∵ م أ ، م ب أنصاف أقطار
∴ م أ = م ب
أي أن :
ق (أ) = ق (ب)

المستقيم المار بمركز الدائرة ومنتصف أي وتر فيها يكون عموديا على هذا الوتر



∵ د منتصف الوتر أ ب
∴ م د ⊥ أ ب
∴ ق (م د أ) = ٩٠°

المستقيم المار بمركز الدائرة وعمودياً على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر

∵ م د ⊥ أ ب
∴ د منتصف أ ب
∴ أ د = د ب

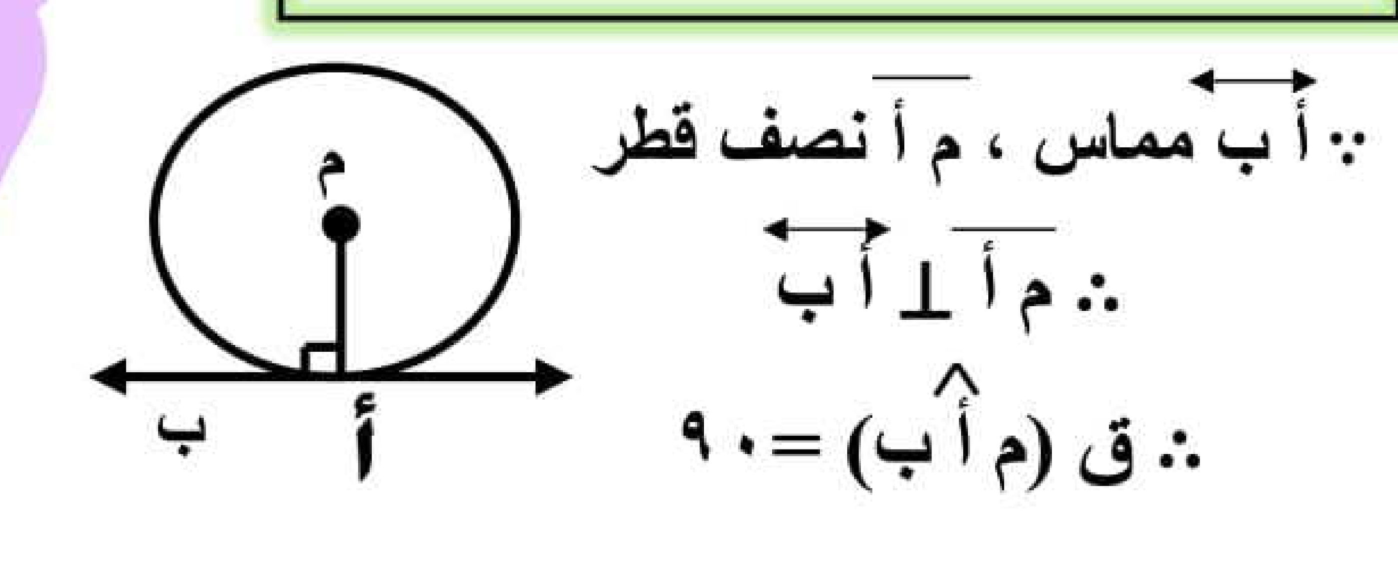
أوضاع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق ، أ نقطة ∈ المستقيم فإن المستقيم يكون :

خارج الدائرة	قاطع	مماس
إذا كان : م أ > نق	إذا كان : م أ < نق	إذا كان : م أ = نق



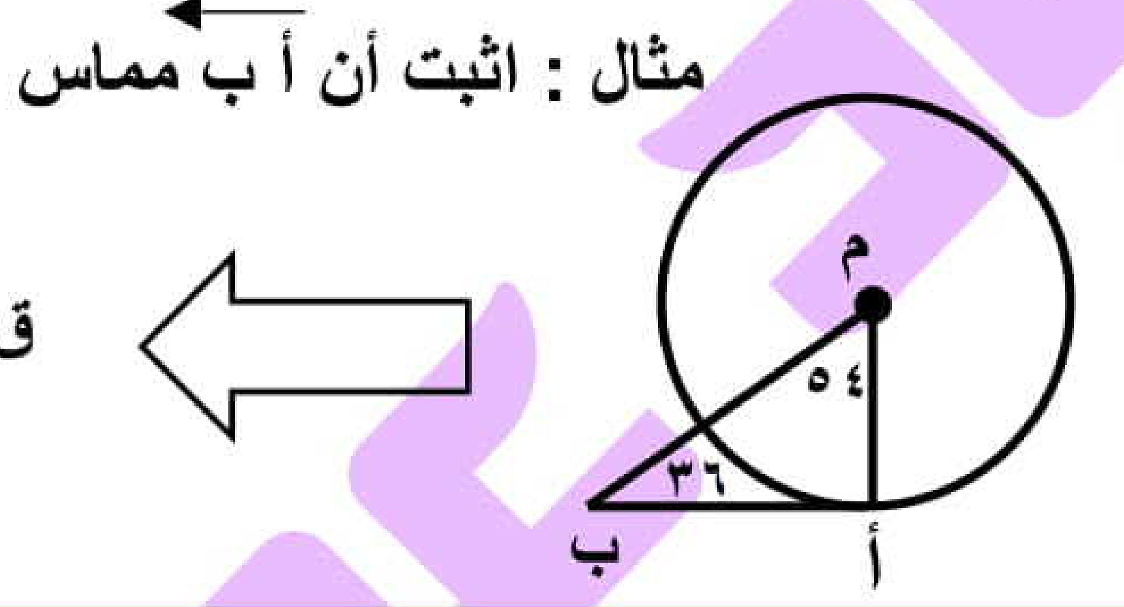
المماس عمودى على نصف القطر



∵ أ ب مماس ، م أ نصف قطر
∴ م أ ⊥ أ ب
∴ ق (م أ ب) = ٩٠°

لإثبات أن المستقيم مماس
هنثبت ان الزاوية اللى بينه وبين نصف القطر قياسها = ٩٠

مثال : اثبت أن أ ب مماس



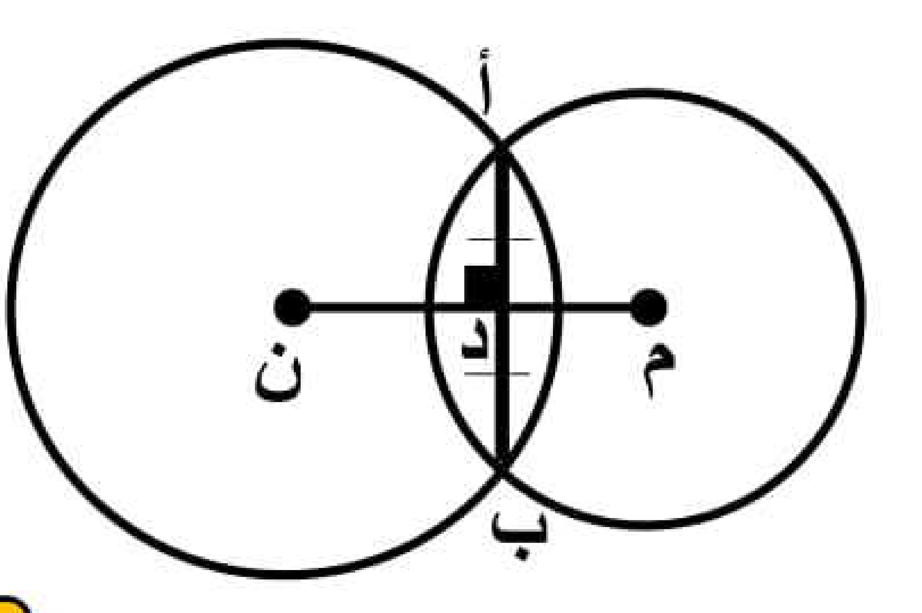
في Δ م أ ب :
ق (م أ ب) = ١٨٠ – (٥٤+٣٦)
= ١٨٠ – ٩٠ = ٩٠
∴ أ ب مماس

أوضاع دائرة بالنسبة لدائرة

إذا كانت م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما $نق_1$ ، $نق_2$ ، م ن خط المركزين فإن الدائرتان يكونان :

متماستان من الخارج	متماستان من الداخل	متقاطعتان	متباعدتان	متداخلتان	متحدتا المركز
إذا كان :	إذا كان :	إذا كان :	إذا كان :	إذا كان :	إذا كان :
م ن = $نق_1$ + $نق_2$	م ن = $نق_1$ – $نق_2$	$نق_1$ - $نق_2$ < م ن < $نق_1$ + $نق_2$	م ن > $نق_1$ + $نق_2$	م ن < $نق_1$ - $نق_2$	م ن = صفر

خط المركزين عمودى على الوتر المشترك وينصفه



∵ أ ب وتر مشترك ،
م ن خط المركزين
∴ م ن ⊥ أ ب
، ق (م د أ) = ٩٠°
، م ن ينصف أ ب

خط المركزين عمودى على المماس المشترك

∵ أ ب مماس مشترك ،
م ن خط المركزين
∴ م ن ⊥ أ ب



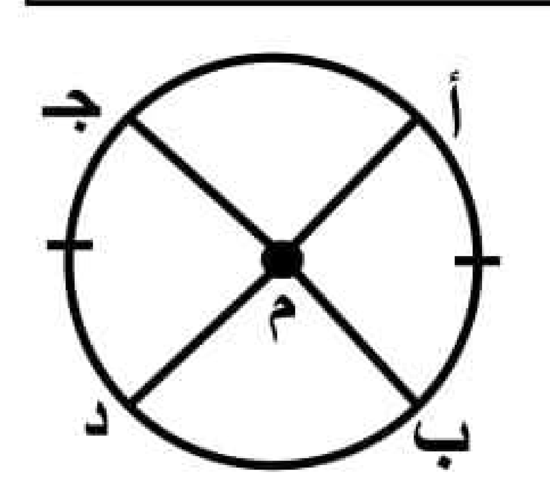
الأقواس المتساوية

الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح

إذا كان ق (أ ب⌒) = ق (جـ د⌒)

فإن: طول أ ب⌒ = طول جـ د⌒

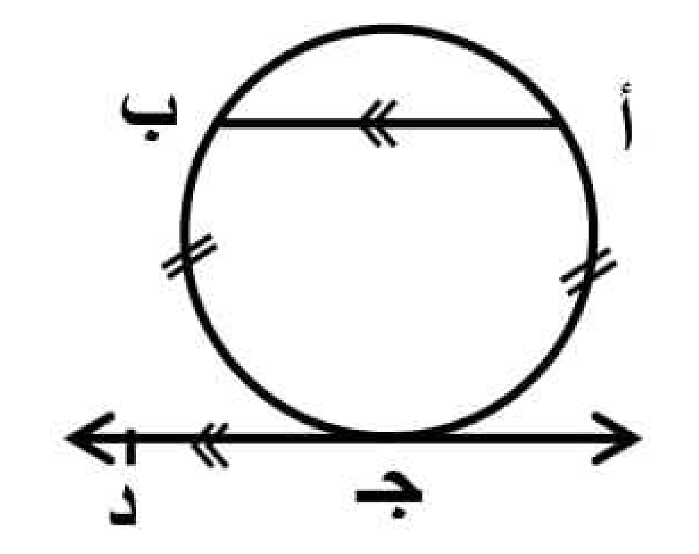
والعكس صحيح



الوتر والمماس المتوازيان يحصران قوسان متساويان

إذا كان أ ب // جـ د

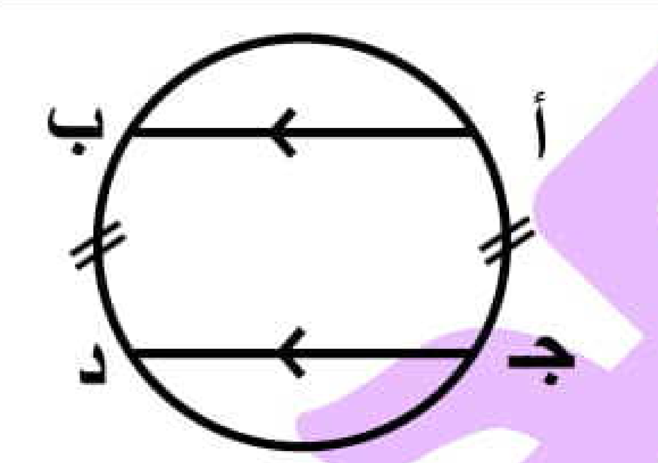
فإن ق (أ جـ⌒) = ق (ب جـ⌒)



الوتران المتوازيان يحصران بينهما قوسان متساويان

إذا كان أ ب // جـ د

فإن ق (أ جـ⌒) = ق (ب د⌒)

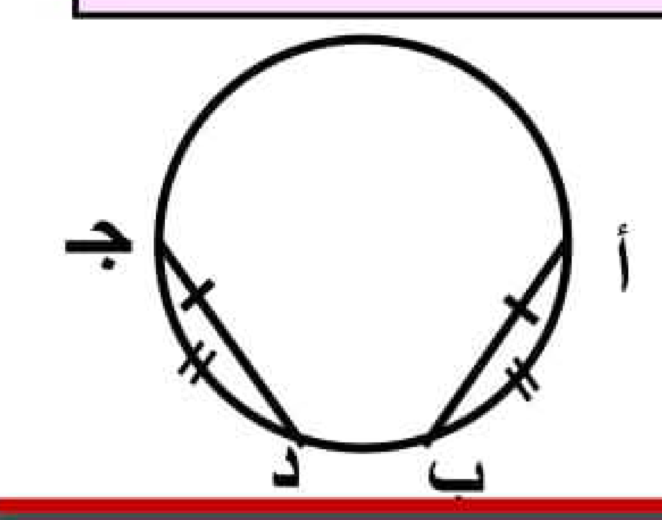


الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس

إذا كان أ ب = جـ د

فإن : ق (أ ب⌒) = ق (جـ د⌒)

والعكس صحيح



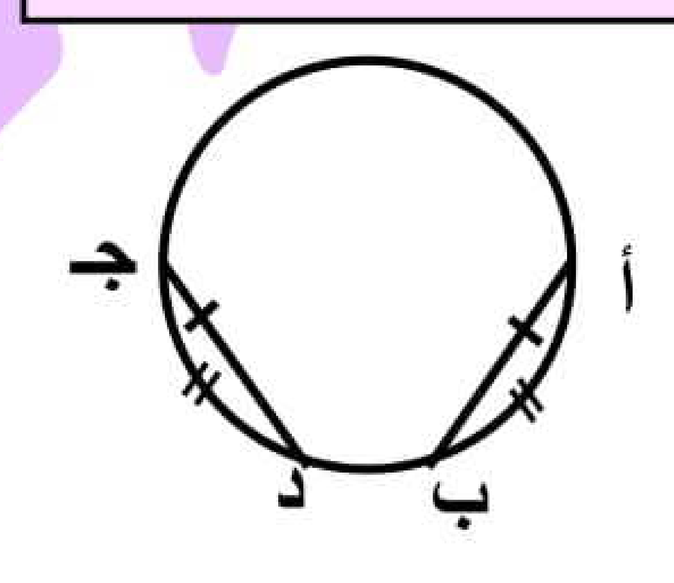
الأوتار المتساوية

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس

إذا كان أ ب = جـ د

فإن : ق (أ ب⌒) = ق (جـ د⌒)

والعكس صحيح

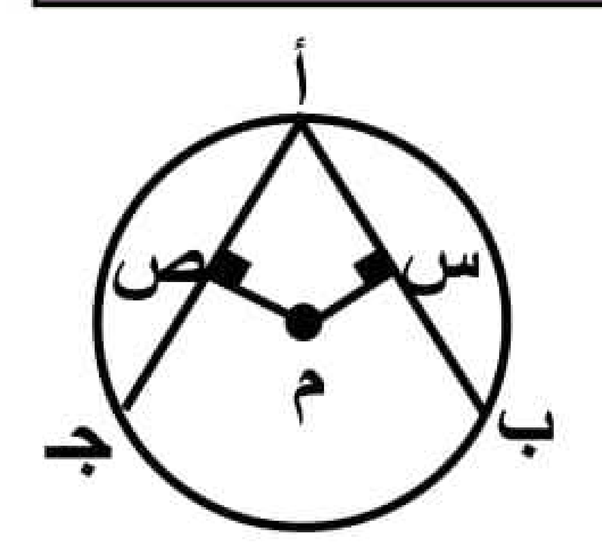


الأوتار المتساوية في الطول أبعادها متساوية في الطول

∵ أ ب = أ جـ (أوتار متساوية)

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

والعكس صحيح



- ❖ لو عندك وترين متساويين : استنتج ان البعدين متساويين والعكس.
- ❖ ولو طلب منك تثبت ان وترين متساويين : حاول تثبت ان البعدين متساويين والعكس.

تمرين مشهور ١

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين داخل الدائرة



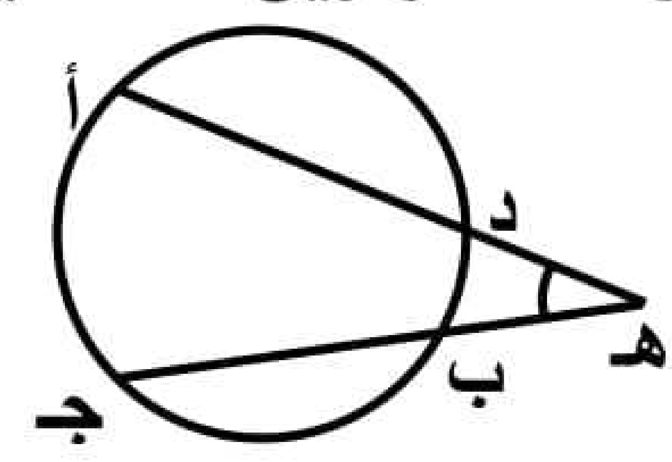
ق (د هـ ب) $= \frac{1}{2}$ [ق (أ جـ⌒) + ق (د ب⌒)]

ق (أ جـ⌒) = ٢ ق(د هـ ب) – ق (د ب⌒)

ق (د ب⌒) = ٢ ق(د هـ ب) – ق (أ جـ⌒)

تمرين مشهور ٢

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين خارج الدائرة



ق (هـ) $= \frac{1}{2}$ [ق (أ جـ⌒) – ق (د ب⌒)]

ق (أ جـ⌒) = ق (د ب⌒) + ٢ ق(هـ)

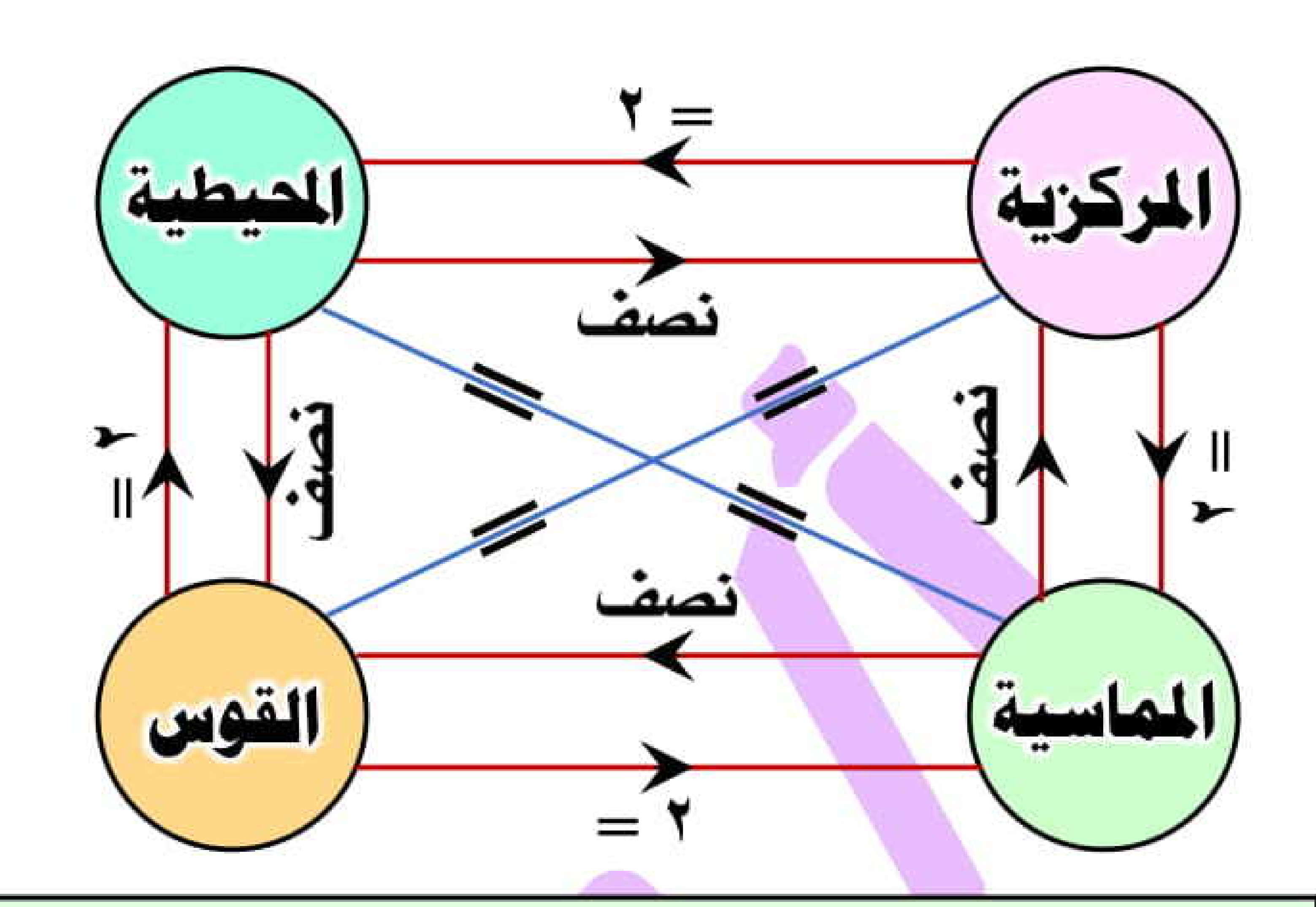
ق (د ب⌒) = ق (أ جـ⌒) – ٢ ق(هـ)

العلاقات بين الزوايا

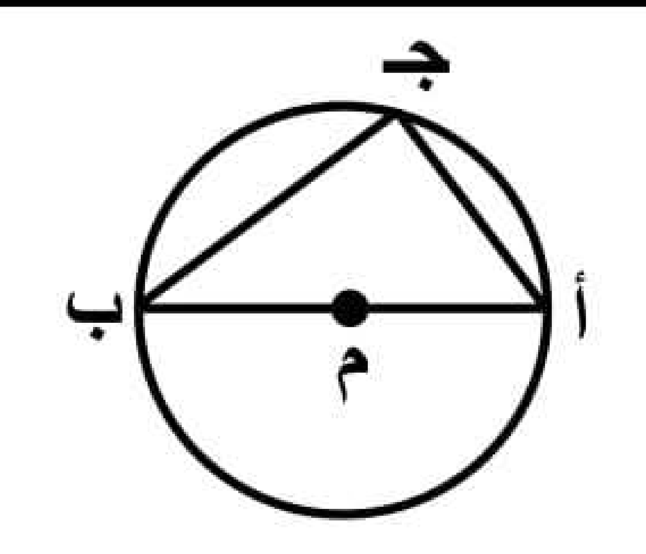
٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

◆ المحيطية = المماسية = $\frac{1}{2}$ المركزية = $\frac{1}{2}$ القوس

◆ المركزية = القوس = ٢ المحيطية = ٢ المماسية



قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ٩٠°

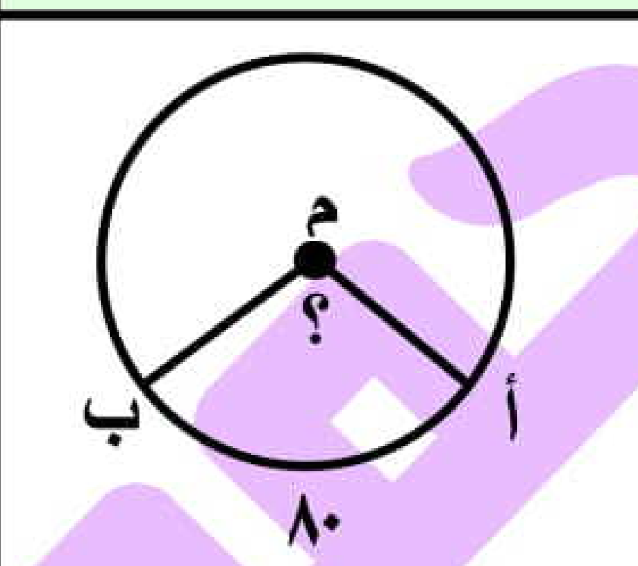


∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر

∴ ق (أ جـ^ ب) المحيطية = ٩٠°

أي أن Δ أ جـ ب قائم

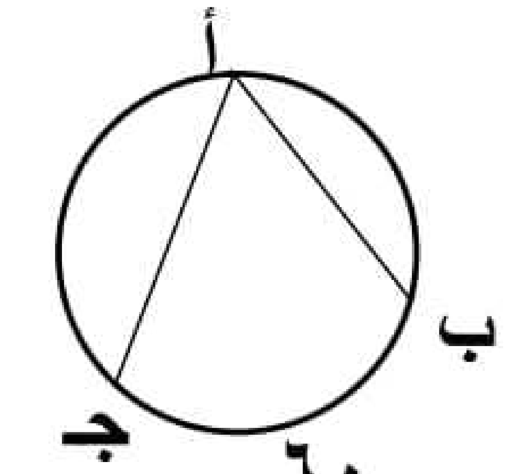
قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



∵ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ٨٠°

∴ ق (م^) المركزية = ٨٠°

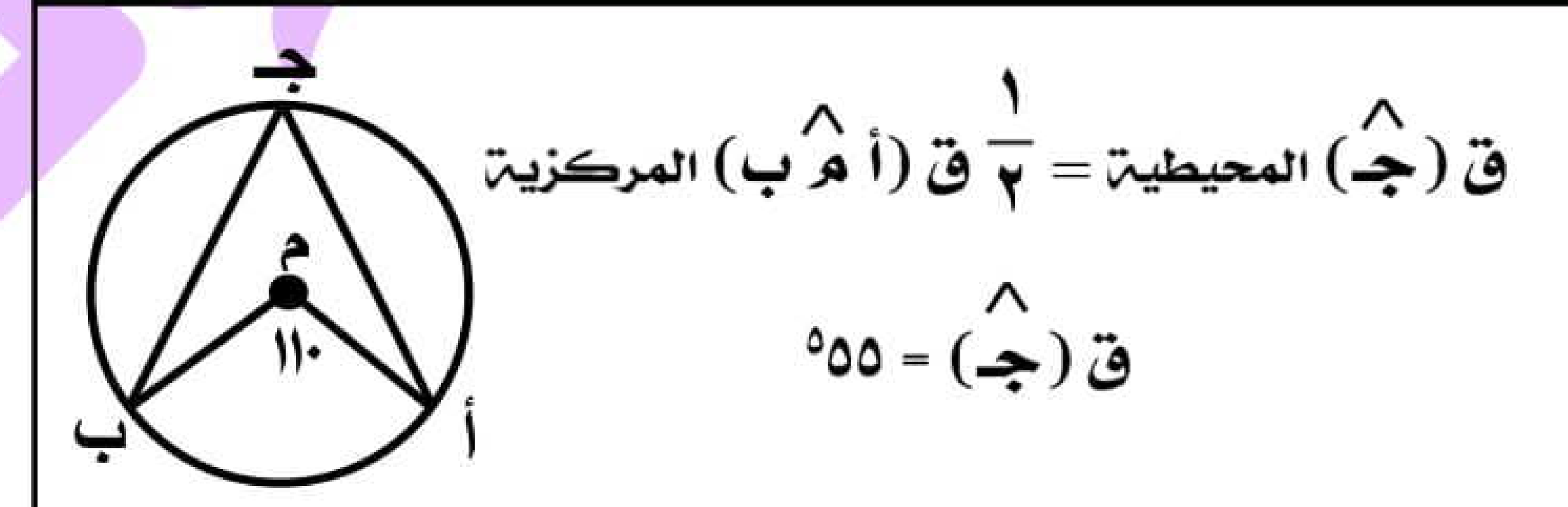
قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها



∵ ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ٦٠°

∴ ق (ب أ^ جـ) المحيطية = ٣٠°

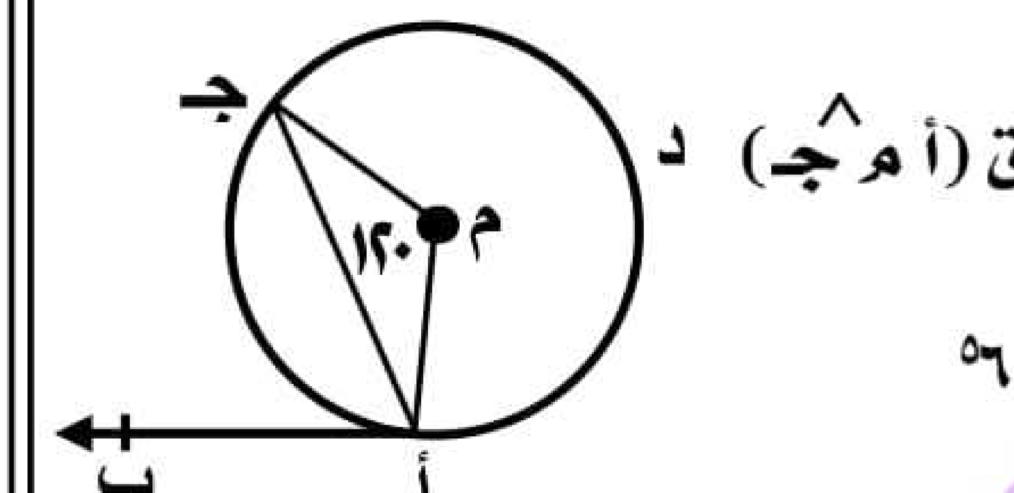
قياس المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية المشتركة معها في القوس



ق (جـ^) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (أ م^ ب) المركزية

ق (جـ^) = ٥٥°

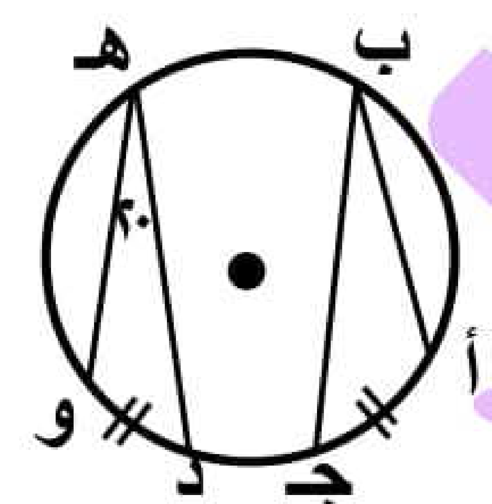
قياس المماسية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية المشتركة معها في القوس



ق (جـ أ^ ب) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق (أ م^ جـ)

∴ ق (جـ أ^ ب) = ٦٠°

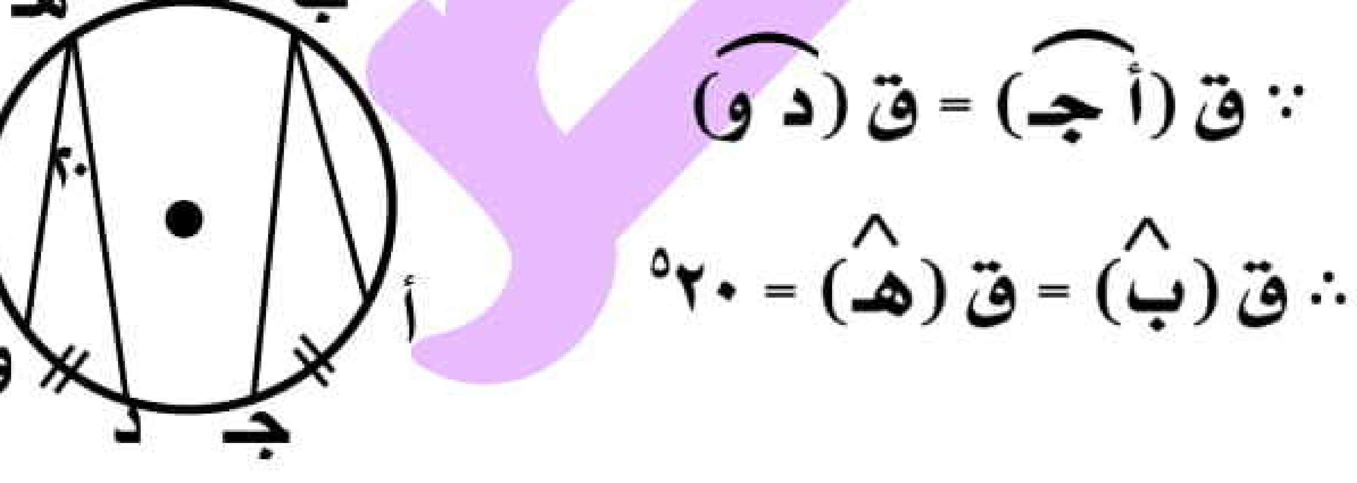
قياس المحيطية = قياس المحيطية المشتركة معها في القوس



ق (ب^) = ق (هـ^) = ٥٠°

لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ جـ

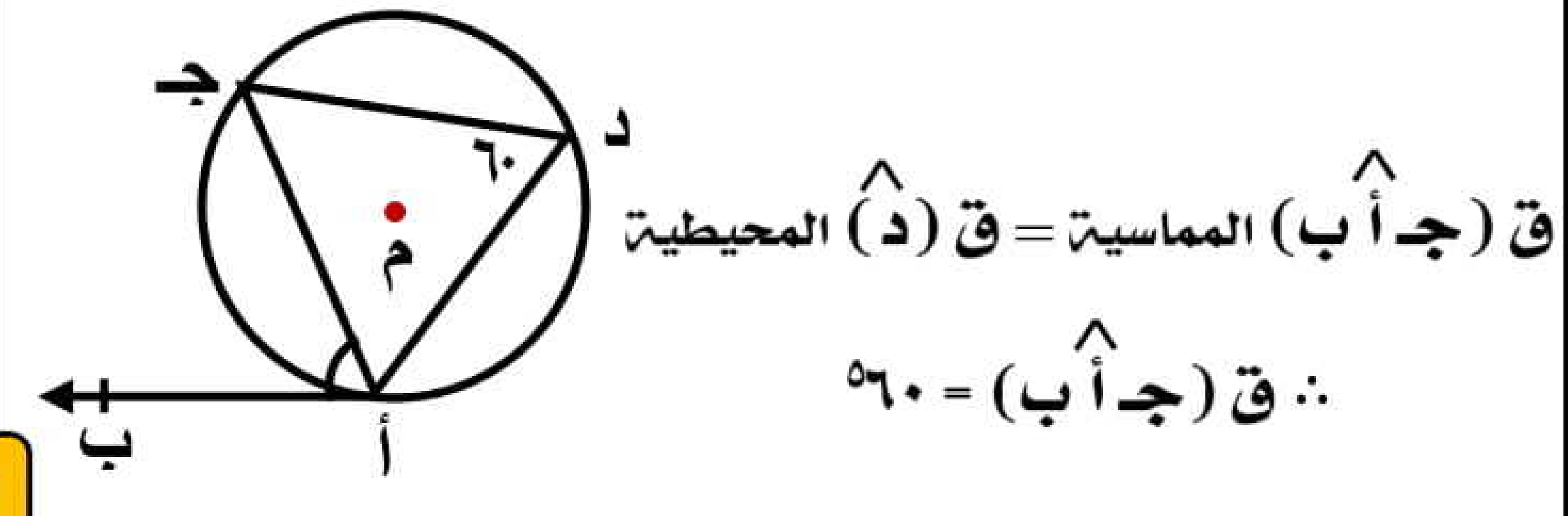
قياس المحيطية = قياس المحيطية إذا كانت أقواسهما متساوية



∵ ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{د و}}$)

∴ ق (ب^) = ق (هـ^) = ٢٠°

قياس المحيطية = قياس المماسية المشتركة معها في القوس



ق (جـ أ^ ب) المماسية = ق (د^) المحيطية

∴ ق (جـ أ^ ب) = ٦٠°

الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية وفى جهة واحدة منها

∵ ∠ أ هـ ب محيطية مرسومة على أ ب

، ∠ أ ب د مماسية

∴ ق (أ ب^ د) + ق (أ هـ^ ب) = ١٨٠°

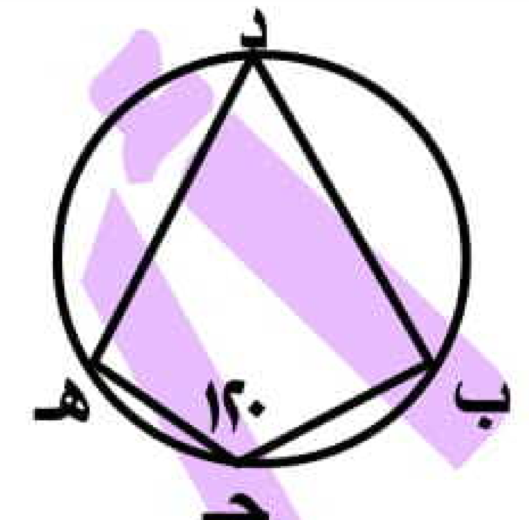
أ
هـ
ب
د



الشكل الرباعى الدائري

لو عرفت ان الشكل رباعى دائرى (سواء هو قالك في المسألة أو لقيت رؤوسه الأربعة تقع على الدائرة) هنستنتج ٣ حاجات :

كل زاويتين متقابلتين مجموعهما = ١٨٠

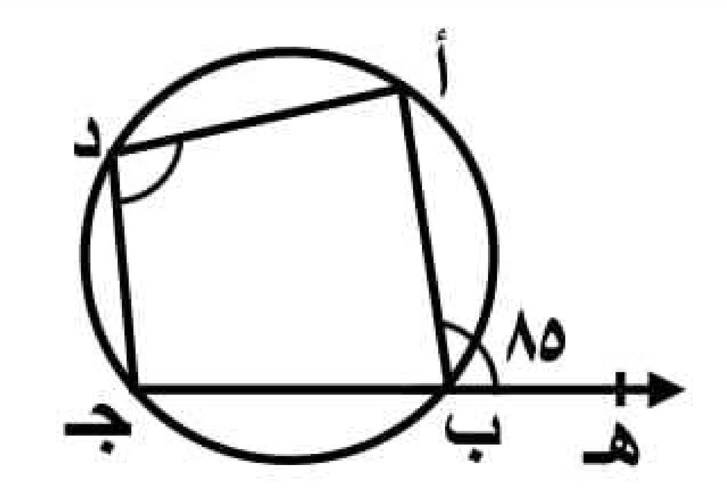


∵ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (د̂) + ق (جـ̂) = ١٨٠

∴ ق (د̂) = ١٨٠ – ١٢٠ = ٦٠

قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

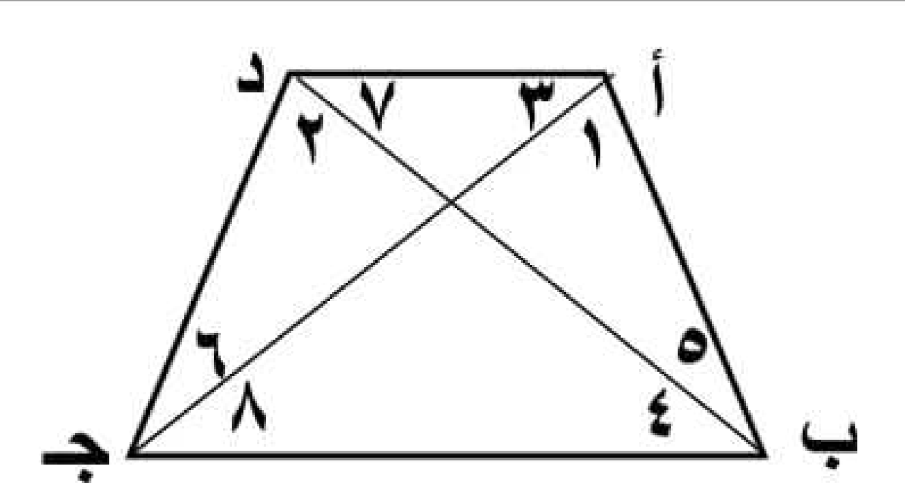


∵ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (أ ب̂ هـ) الخارجة = ق (د̂)

∴ ق (د̂) = ٨٥

أي زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة متساويتان



إذا كان أ ب جـ د رباعى دائرى فإن:

ق (١̂) = ق (٢̂) مرسومتان على ب جـ

ق (٣̂) = ق (٤̂) مرسومتان على د جـ

ق (٥̂) = ق (٦̂) مرسومتان على أ د

لو قالك اثبت أن الشكل رباعى دائرى إبحث عن إحدى الحالات الثلاثة الآتية واثبتها وهى :

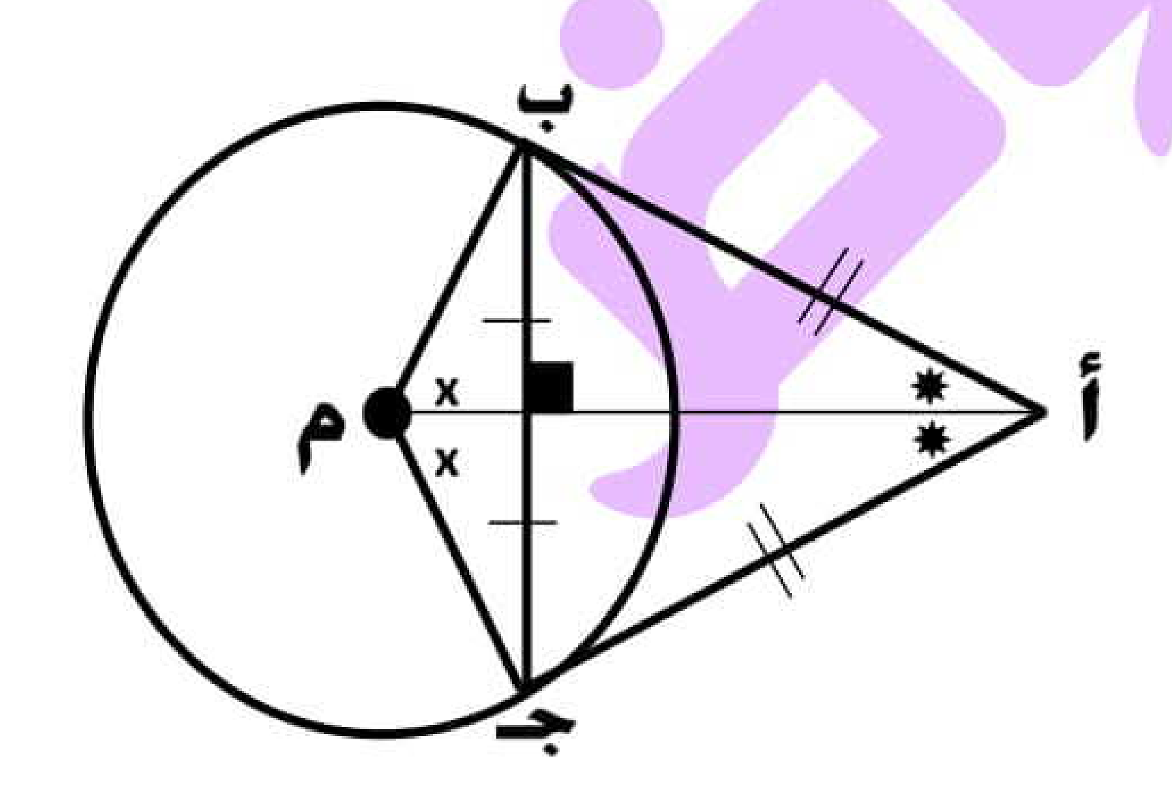
زاويتان متقابلتان واثبت أن مجموعهما = ١٨٠	زاوية خارجة واثبت انها تساوى المقابلة للمجاورة	شوف زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة واثبت انهما متساويتان

العلاقة بين مماسات الدائرة

القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول.

إذا كان $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان فإن:

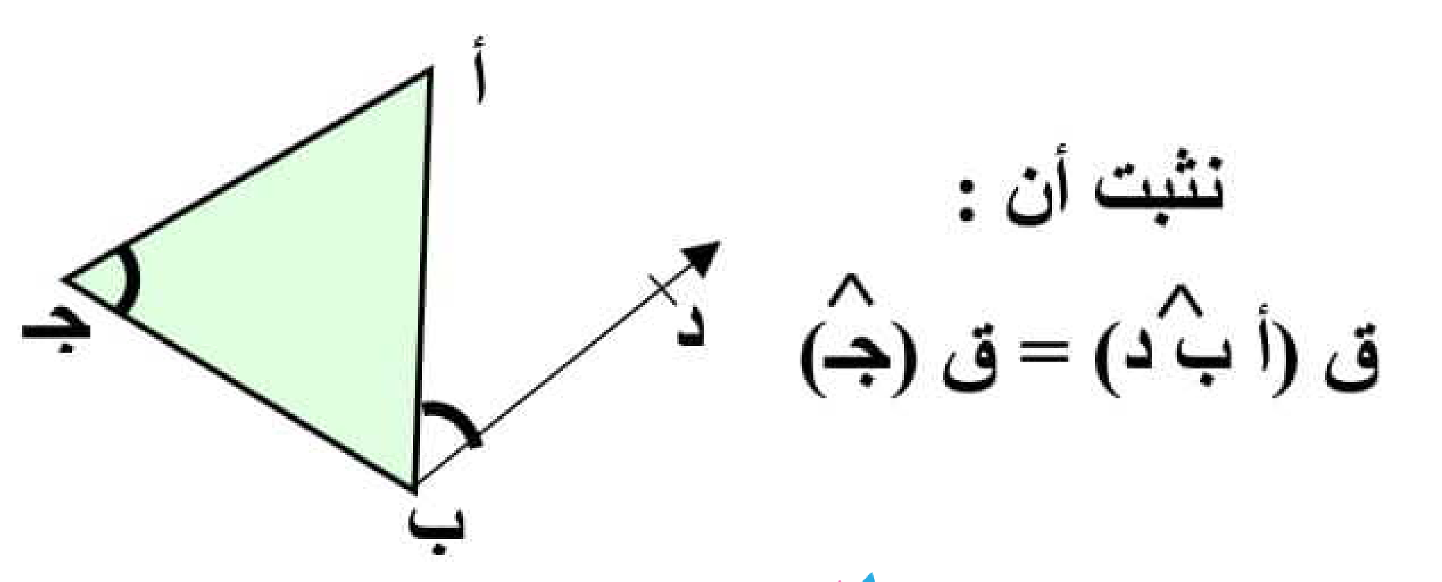
أ ب = أ جـ	$\overrightarrow{أم}$ ينصف زاوية ب أ جـ
ق (أ ب̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب)	$\overrightarrow{أم}$ ينصف زاوية ب م جـ
أ ب م جـ رباعى دائرى	$\overrightarrow{أم}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ وينصفه



عدد المماسات المشتركة

- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين ٤
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج ٣
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين ٢
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل ١
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز صفر

لإثبات أن $\overleftrightarrow{ب د}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب جـ



نثبت أن :

ق (أ ب̂ د) = ق (جـ̂)

ملاحظات على تعيين الدائرة

١) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس كل من : المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوى الساقين

٢) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس : متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوى الساقين

٣) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

٤) لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

٥) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة.

٦) أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب هي التي أ ب قطر فيها وفيها نق = $\frac{١}{٢}$ أ ب

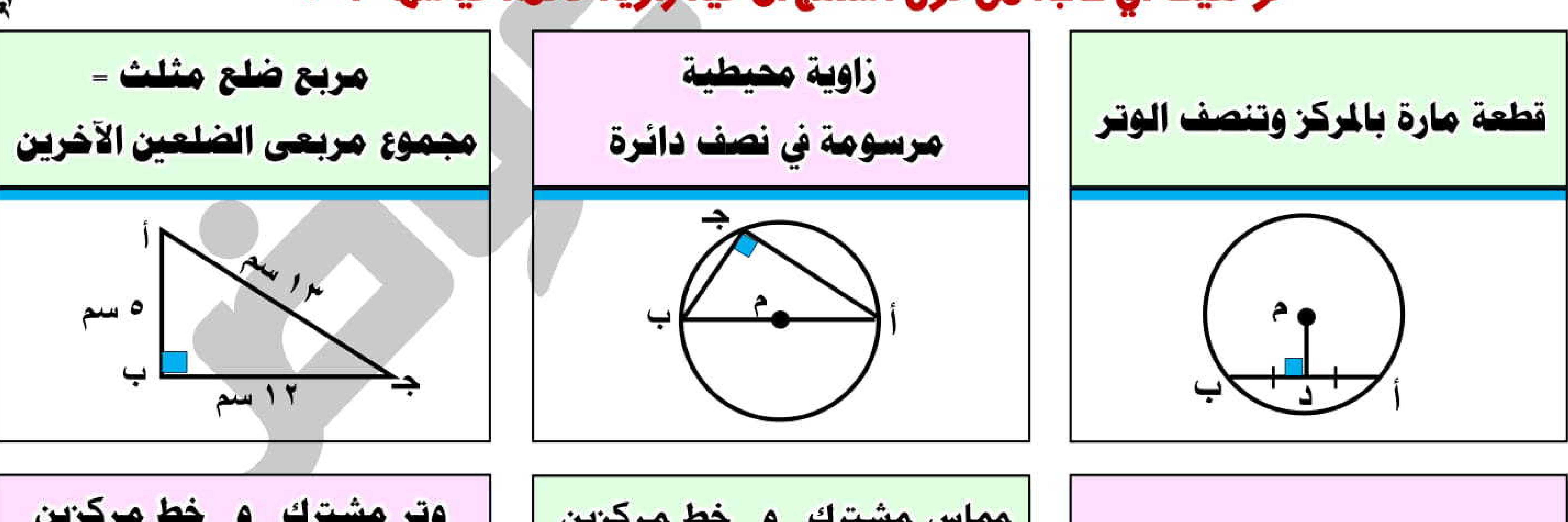
٧) إذا كان نق > $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه يمكن رسم دائرتان فقط وإذا كان نق < $\frac{١}{٢}$ أ ب فإنه لا يمكن رسم أى دائرة

الدائرة الخارجة للمثلث	الدائرة الداخلة للمثلث
مركزها هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها **(محاور تماثل أضلاعه)**	مركزها هو نقطة تقاطع **منصفات زواياه الداخلة**

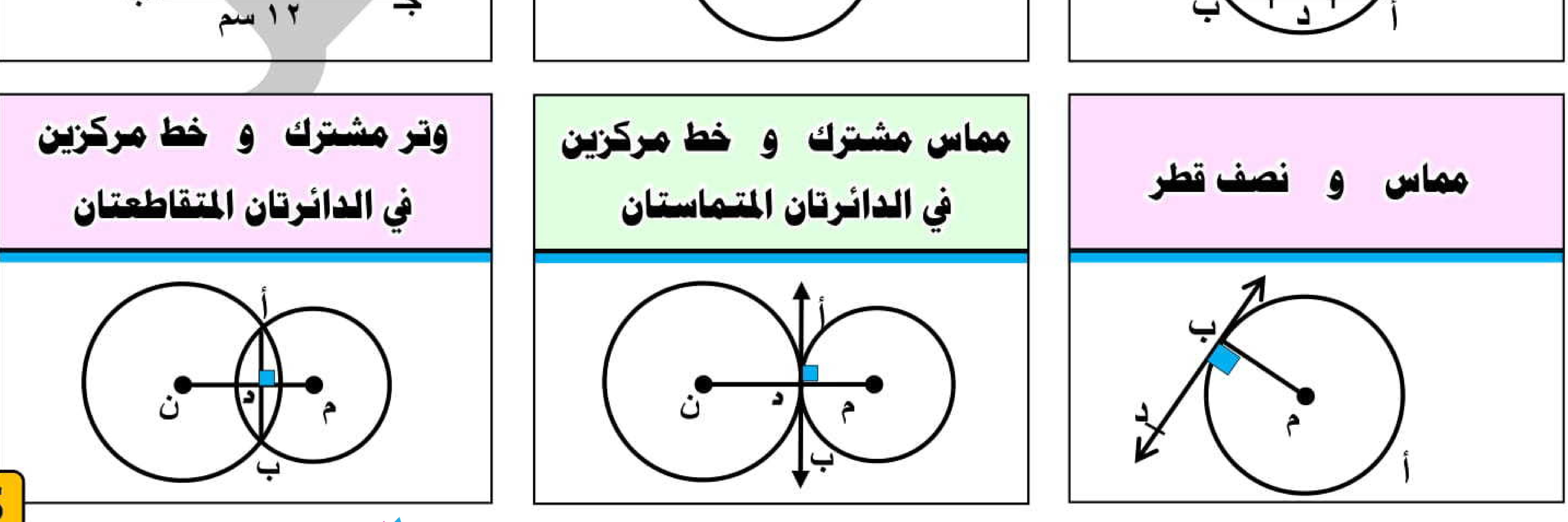
خلاصة الزاوية ٩٠

لو لقيت أي حاجة من دول استنتج ان فيه زاوية قائمة قياسها ٩٠ :

قطعة مارة بالمركز وتنصف الوتر	زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة	مربع ضلع مثلث = مجموع مربعى الضلعين الآخرين

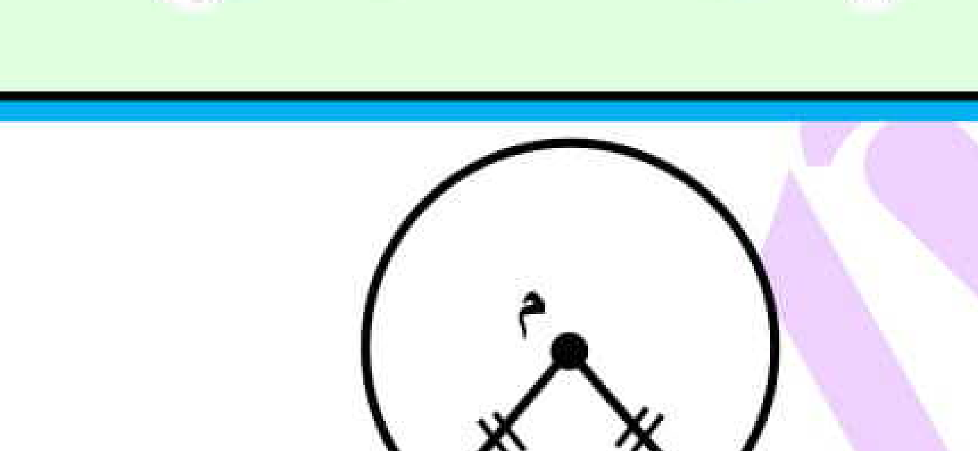
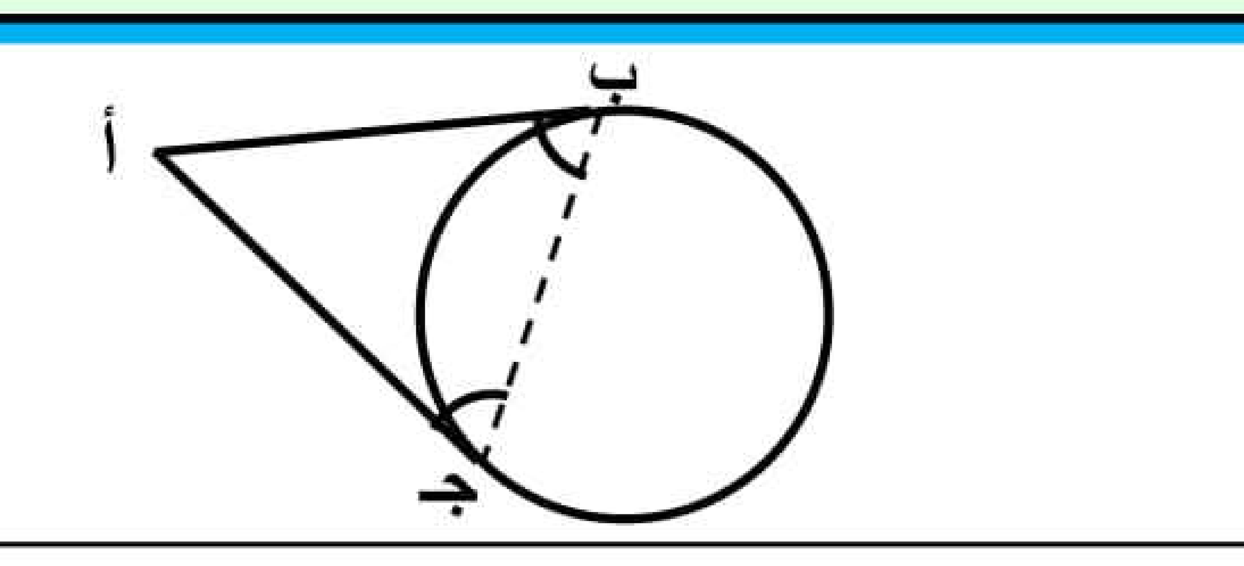


مماس و نصف قطر	مماس مشترك و خط مركزين في الدائرتان المتماستان	وتر مشترك و خط مركزين في الدائرتان المتقاطعتان



خلاصة المثلث المتساوى الساقين

يكون المثلث متساوى الساقين إذا كان :

ضلعيه أنصاف أقطار	ضلعيه قطعتان مماستان
	

طول القوس

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360} \times 2\pi\ \text{نق}$$

◆ قياس الدائرة = ٣٦٠°

◆ قياس نصف الدائرة = ١٨٠°

◆ قياس ربع الدائرة = ٩٠°

◆ قياس خُمس الدائرة = $\frac{360}{5}$ = ٧٢° وهكذا

◆ $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$

◆ طول الدائرة = محيط الدائرة = 2π نق

ملاحظات

١ إذا كان المثلث حاد الزوايا فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع داخل المثلث

إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع في منتصف وتر المثلث

إذا كان المثلث منفرج الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع خارج المثلث

٢ عدد محاور تماثل الدائرة: عدد لا نهائي


عدد محاور تماثل نصف الدائرة: محور واحد ، عدد محاور تماثل ربع الدائرة: محور واحد وهكذا

٣ إذا كان م ، ن دائرتان متقاطعتان فإن م ن ∈] $نق_1 - نق_2$ ، $نق_1 + نق_2$ [

إذا كان م ، ن دائرتان متباعدتان فإن م ن ∈] $نق_1 + نق_2$ ، ∞ [

٤ الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أصغر من نصف الدائرة تكون حادة

الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أكبر من نصف الدائرة تكون منفرجة



١
∵ م أ = م ب (لأنهما أنصاف أقطار)
∴ △ م أ ب متساوى الساقين
أى أن : ق (أ^) = ق (ب^)

٢
∵ د منتصف الوتر أ ب
∴ م د ⊥ أ ب
∴ △ م أ د قائم (يمكن تطبيق

٣
∵ م د ⊥ أ ب
∴ د منتصف أ ب ∴ أ د = د ب
فإذا كان أ ب = ٨سم فإن أ د = ٤سم

٤
∵ ب د مماس ، أ ب قطر
∴ ب د ⊥ أ ب (المماس ⊥ القطر)
والعكس : إذا كانت ق (م ب^ د) = ٩٠°
∴ ب د مماس حيث ب نقطة التماس

٥
∵ د أ ، هـ ب مماسان ، أ ب قطر
∴ د أ // هـ ب
ومتنساش ان المماس ⊥ نصف القطر

٦
∵ أ ب وتر مشترك ، م ن خط المركزين
∴ م ن ⊥ أ ب ، م ن ينصف أ ب
خط المركزين هو محور تماثل الوتر المشترك

٧
∵ ق (أ ب⌒) = ق (جـ د⌒) الأقواس متساوية
∴ أ ب = جـ د الأوتار متساوية
والعكس صحيح

٨
∵ الوتر أ ب // الوتر جـ د
∴ ق (أ جـ⌒) = ق (ب د⌒)

٩
∵ الوتر أ ب // المماس جـ د
∴ ق (أ جـ⌒) = ق (ب جـ⌒)

١٠
∵ أ ب = أ جـ (الأوتار متساوية)
∴ م س = م ص (الأبعاد متساوية)
والعكس صحيح

١١
ق (أ ب⌒) = ق (أ م^ ب) المركزية
ق (أ ب⌒) = ٢ ق (أ جـ^ ب) المحيطية

١٢
ق (جـ^) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (أ م^ ب) المركزية
ق (جـ^) = $\frac{1}{2}$ ق (أ ب⌒)

١٣
ق (ب^) = ق (هـ^)
محيطيتان مشتركتان فى القوس أ جـ
كذلك: ق (أ^) = ق (جـ^)

١٤
∵ ق (أ جـ⌒) = ق (د و⌒)
∴ ق (ب^) = ق (هـ^)
محيطيتان أقواسهم متساوية (والعكس صحيح)

١٥
ق (جـ أ^ ب) المماسية = ق (د^) المحيطية
= $\frac{1}{2}$ ق (م^) المركزية
المركزية ضعف المماسية وضعف المحيطية

١٦

∵ أ ب قطر

∴ ق (∠أ جـ ب) = ٩٠

محيطية مرسومة فى نصف دائرة

١٧

ق (أ ب هـ) = ق (أ ب) + ق (ب هـ)

ق (ب هـ جـ) = ق (جـ هـ) + ق (ب هـ)

لاحظ أن : القوس ب هـ مشترك بينهما

١٨

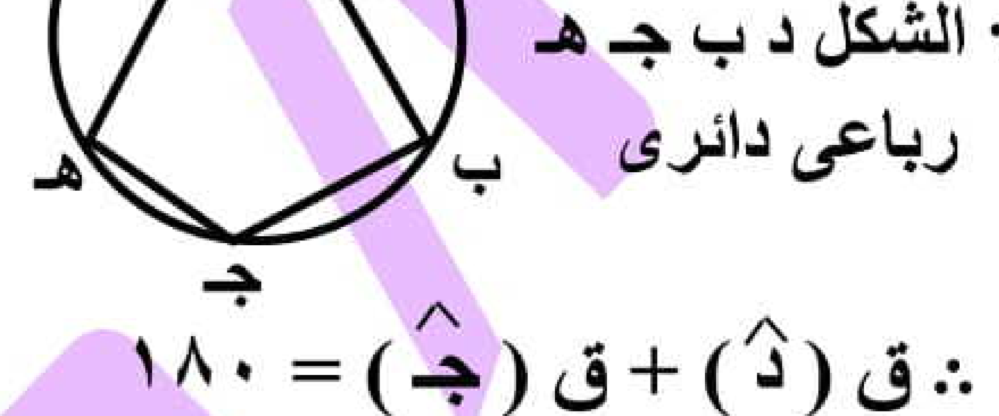
الأقواس المتساوية فى الطول متساوية فى القياس والعكس

∵ طول أ ب = طول جـ د

∴ ق (أ ب) = ق (جـ د)

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠}$ × ٢ π نق

١٩

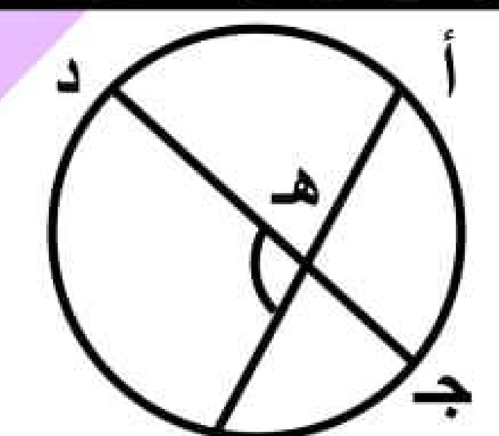
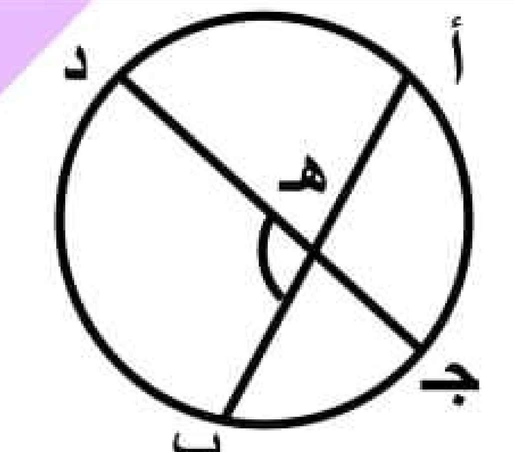
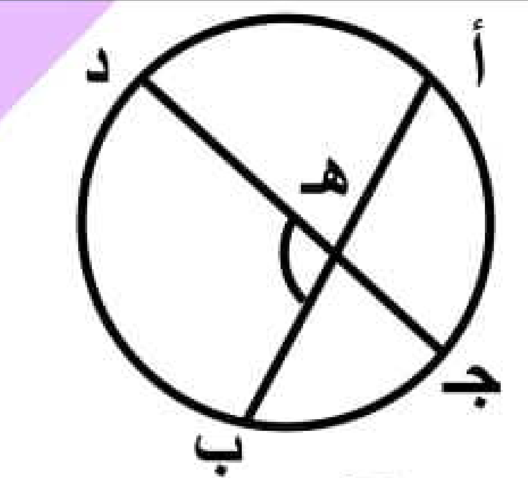
∵ الشكل د ب جـ هـ رباعى دائرى

∴ ق (∠د) + ق (∠جـ) = ١٨٠

ق(∠أ) + ق (∠هـ) = ١٨٠

كل زاويتان متقابلتان مجموعهما = ١٨٠

٢٠

∵ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (∠أ ب هـ) الخارجة = ق (∠د)

الزاوية الخارجة = المقابلة للمجاورة

٢١

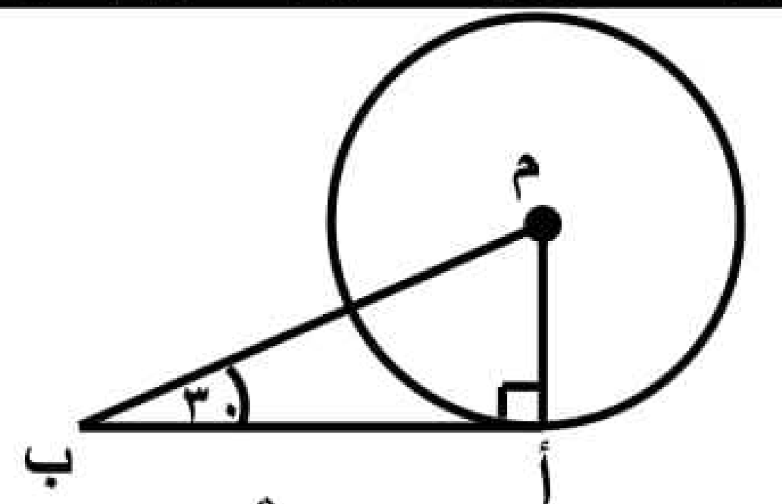
∵ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ

∴ س ص // ب جـ

، س ص = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

٢٢

تمرين مشهور ١



ق (∠د هـ ب) = $\frac{١}{٢}$ [ق (أ جـ) + ق (د ب)]

ق (أ جـ) = ٢ ق(∠د هـ ب) – ق (د ب)

ق (د ب) = ٢ ق(∠د هـ ب) – ق (أ جـ)

٢٣

تمرين مشهور ٢



ق (∠هـ) = $\frac{١}{٢}$ [ق (أ جـ) – ق (د ب)]

ق (أ جـ) = ق (د ب) + ٢ ق(∠هـ)

ق (د ب) = ق (أ جـ) – ٢ ق(∠هـ)

٢٤

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

∴ أ ب = أ جـ ، ق (∠ب) = ق (∠جـ)

٢٥

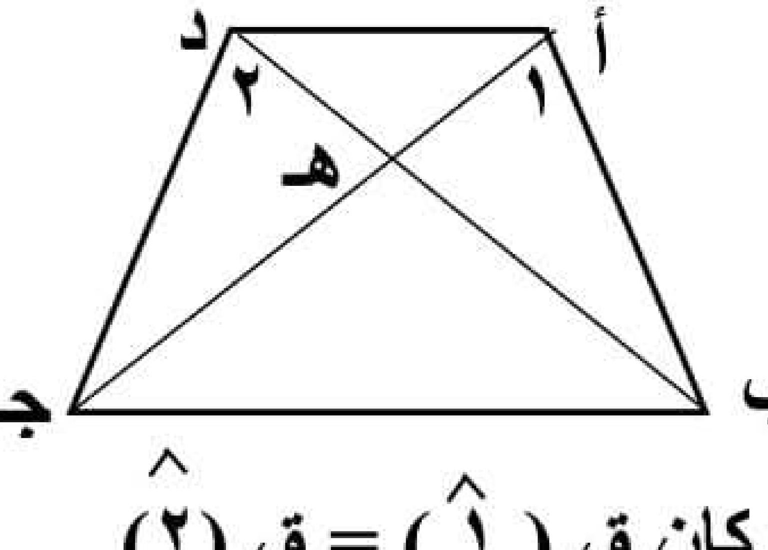
∵ Δ م أ ب قائم ، ق (∠ب) = ٣٠

∴ م أ = $\frac{١}{٢}$ م ب

الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

٢٦

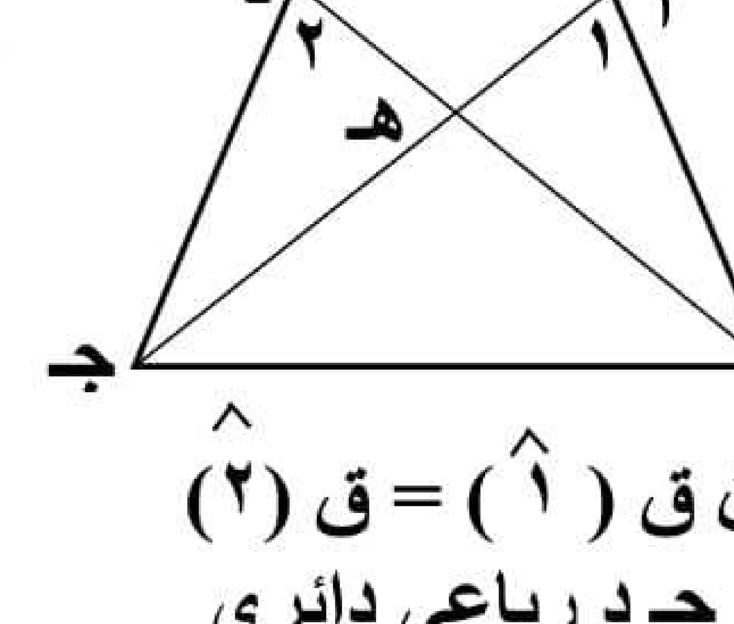
إقليدس

∵ Δ أ ب جـ قائم ، ب د ⊥ الوتر أ جـ

∴ ب د = $\frac{\text{أ ب × ب جـ}}{\text{أ جـ}}$

٢٧



لإثبات أن الشكل رباعى دائرى ابحث عن احدى الحالات الآتية :

١- زاويتان متقابلتان متكاملتان

٢- زاوية خارجة تساوى المقابلة للمجاورة

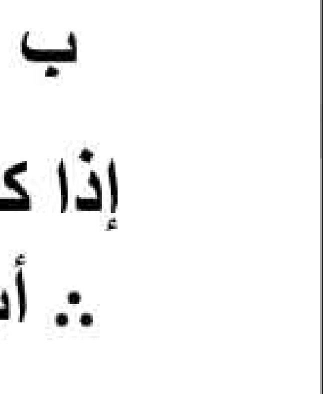
٣- زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ومتساويتان

٢٨

∵ أ ب قطر ∴ ق(أ جـ ب) = ١٨٠

∴ ق(أ جـ) + ق(جـ هـ) + ق(هـ ب) = ١٨٠

٢٩



إذا كان ق (∠١) = ق (∠٢)

∴ أ ب جـ د رباعى دائرى

والعكس صحيح

٣٠

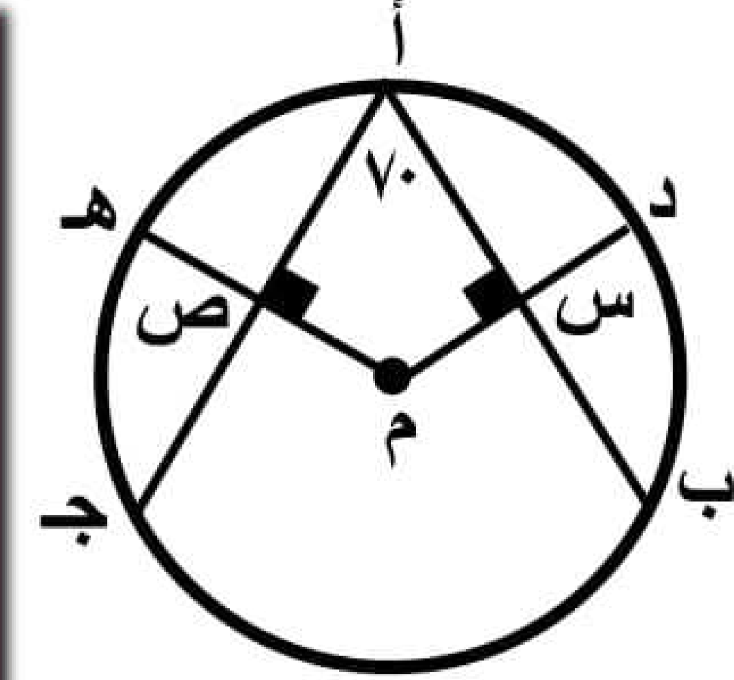
∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان فإن:

- أ ب = أ جـ
- ق (∠أ ب جـ) = ق (∠أ جـ ب)
- أ م ينصف ∠أ وينصف ∠م
- أ م ⊥ ب جـ
- أ ب م جـ رباعى دائرى



أمثلة محلولة

(١) في الشكل المقابل:



أ ب = أ جـ ، ق (أ^) = ٧٠°

س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ

١) أوجد ق (د م^ هـ)

٢) اثبت أن : س د = ص هـ

الحل

∵ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أ ب

∴ ق (م س^ أ) = ٩٠°

∵ ص منتصف أ جـ ∴ م ص ⊥ أ جـ

∴ ق (م ص^ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى أ س م ص = ٣٦٠°

∴ ق (د م^ هـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٧٠) = ١١٠°

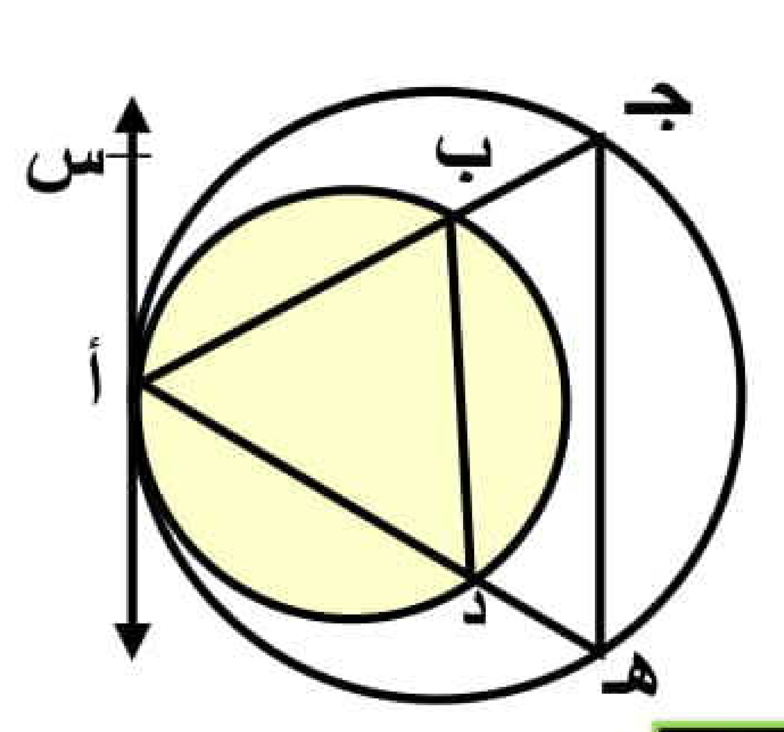
∵ أ جـ = أ ب (أوتار متساوية)

∴ م ص = م س (أبعاد متساوية) ← ١

∵ م هـ = م د (أنصاف أقطار) ← ٢

بطرح ١ من ٢ ينتج: ص هـ = س د

(٣) في الشكل المقابل:



أ س مماس مشترك لدائرتين متماستين

اثبت أن :

ب د // جـ هـ

الحل

في الدائرة الصغرى :

∵ ق (س أ^ ب) المماسية = ق (أ د^ ب) المحيطية ← (١)

مشتركتان في ⌒أ ب

في الدائرة الكبرى :

ق (س أ^ جـ) المماسية = ق (أ هـ^ جـ) المحيطية ← (٢)

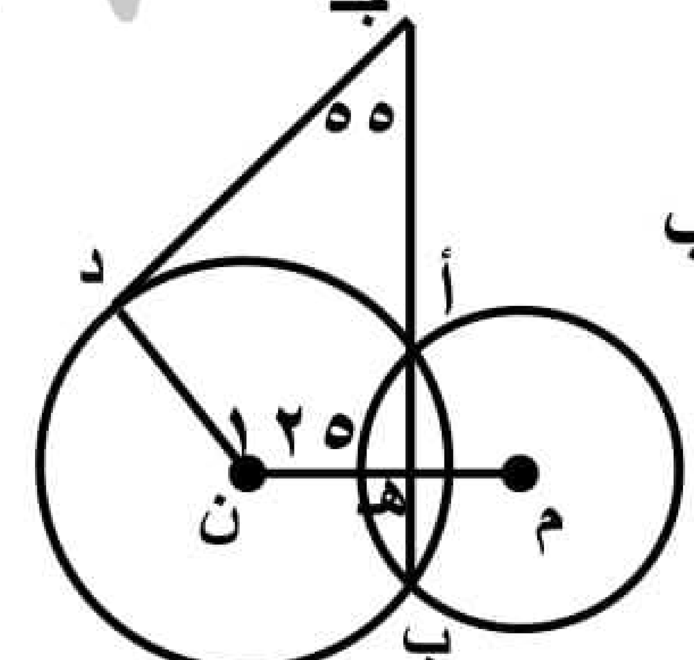
لأنهما مشتركتان في ⌒أ جـ

من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق (أ د^ ب) = ق (أ هـ^ جـ) وهما في وضع تناظر

∴ ب د // جـ هـ

(٢) في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

ق (م ن^ د) = ١٢٥°

ق (ب جـ^ د) = ٥٥°

اثبت أن جـ د مماس

الحل

∵ أ ب وتر مشترك ، م ن خط المركزين

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ ق (أ هـ^ ن) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

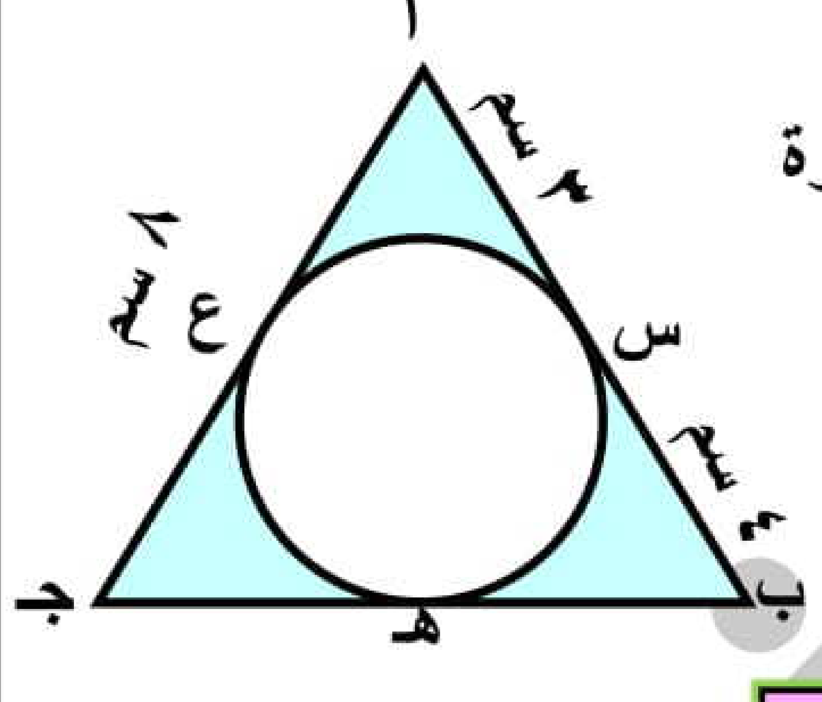
∴ ق (د^) = ٣٦٠ − (١٢٥ + ٥٥ + ٩٠) = ٩٠°

∴ ن د ⊥ جـ د

∴ جـ د مماس

(وهو المطلوب اثباته)

(٤) في الشكل المقابل:



Δ أ ب جـ مرسوم خارج الدائرة وتمس أضلاعه فى س ، هـ ، ع

أ س= ٣ سم ، س ب= ٤ سم ، أ جـ= ٨ سم

أوجد محيط Δ أ ب جـ

الحل

∵ أ س = أ ع قطعتان مماستان

∴ أ ع = ٣ سم

∴ ع جـ = ٨ − ٤ = ٥ سم

∵ جـ ع = جـ هـ قطعتان مماستان

∴ جـ هـ = ٥ سم

∵ ب هـ = ب س قطعتان مماستان

∴ ب هـ = ٤ سم

∴ ب جـ = ٤ + ٥ = ٩ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ٧ + ٨ + ٩ = ٢٤ سم

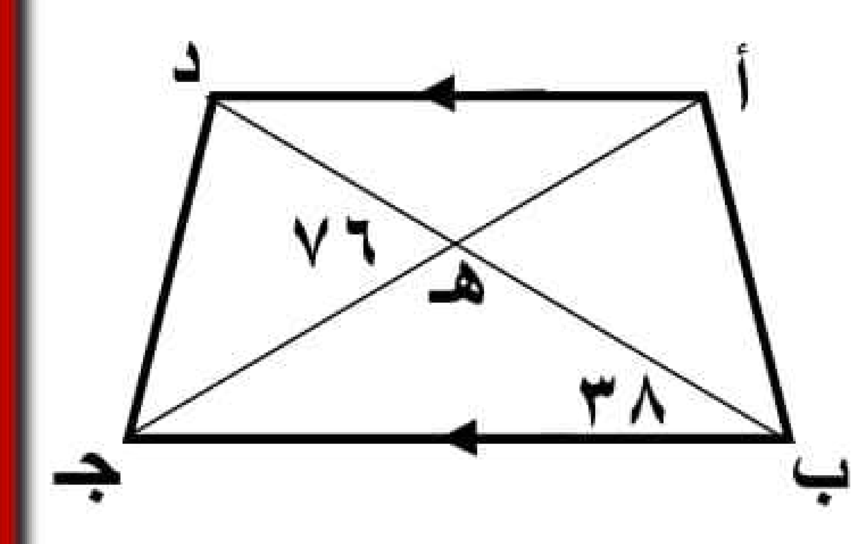
٥ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أ د // ب جـ

اثبت أن

الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى



الحل

ق (ب هـ جـ) = ١٨٠ ـ ٧٦ = ١٠٤

في Δ ب هـ جـ :

ق (ب جـ هـ) = ١٨٠ ـ (٣٨ + ١٠٤) = ٣٨

∵ أ د // ب جـ

∴ ق (د أ جـ) = ٣٨ بالتبادل

∴ ق (د أ جـ) = ق (د ب جـ)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة د جـ

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

٧ في الشكل المقابل:

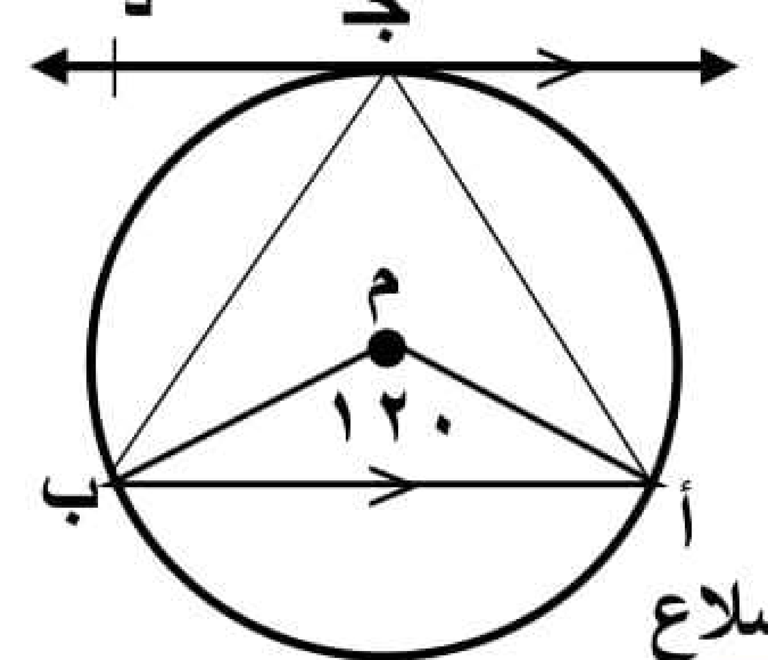
جـ د مماس للدائرة عند جـ

جـ د // أ ب

ق (أ م ب) = ١٢٠°

اثبت أن :

Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع



الحل

∵ جـ د // أ ب

∴ ق (د جـ ب) = ق (جـ ب أ) بالتبادل ← (١)

∵ ق (د جـ ب) المماسية = ق (جـ أ ب) المحيطية ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : ق (جـ ب أ) = ق (جـ أ ب)

∴ Δ جـ أ ب متساوى الساقين

∵ ق (م) المركزية = ١٢٠° ∴ ق (أ جـ ب) = ٦٠°

∴ Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع

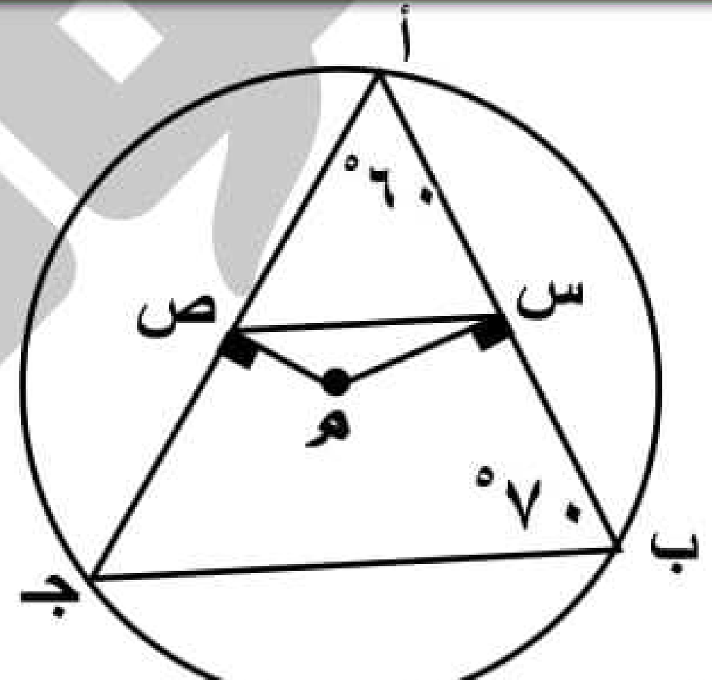
٦ في الشكل المقابل:

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

ق (أ) = ٦٠°

ق (ب) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ م س ص



الحل

ق (جـ) = ١٨٠ – (٧٠ + ٦٠) = ٥٠°

∵ م س ⊥ أ ب ∴ س منتصف أ ب

∵ م ص ⊥ أ جـ ∴ ص منتصف أ جـ

∴ س ص // ب جـ (قطعة واصلة بين منتصفى ضلعين)

∴ ق (أ س ص) = ٧٠° ، ق (أ ص س) = ٥٠° بالتناظر

∴ ق (م س ص) = ٩٠ – ٧٠ = ٢٠°

، ق (م ص س) = ٩٠ – ٥٠ = ٤٠°

في Δ س م ص :

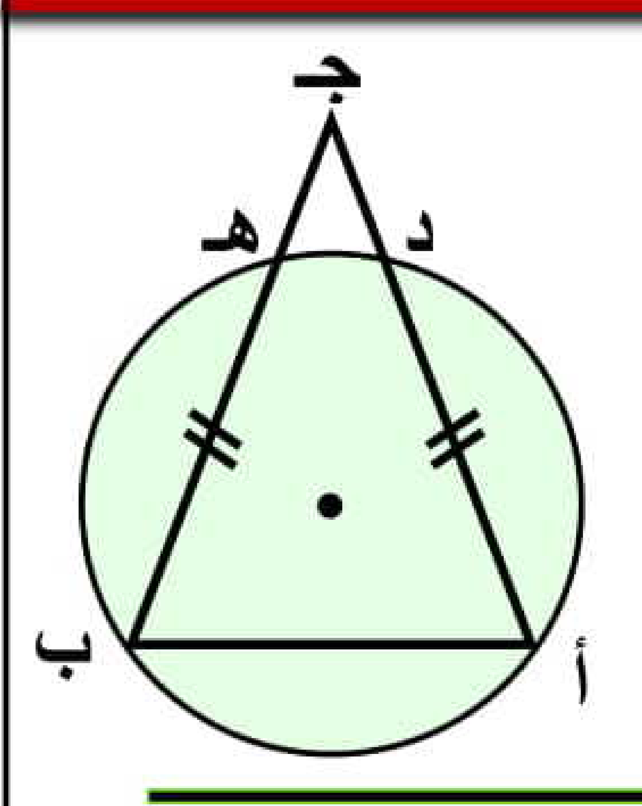
ق (س م ص) = ١٨٠ – (٢٠ + ٤٠) = ١٢٠°

٨ في الشكل المقابل:

أ د ، ب هـ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة

أ د ∩ ب هـ = { جـ }

اثبت أن : جـ د = جـ هـ



الحل

∵ أ د = ب هـ ∴ ق (أ د) = ق (ب هـ)

وبإضافة ق (د هـ) للطرفين

∴ ق (أ هـ) = ق (ب د)

∴ ق (ب) = ق (أ) ∴ جـ أ = جـ ب

في Δ جـ أ ب :

∵ جـ أ = جـ ب ، د أ = هـ ب

بالطرح ينتج أن : جـ د = جـ هـ

٩ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أ ب = أ د ، ق (أ ب د) = ٣٠°

، ق (جـ) = ٦٠°

اثبت أن: الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

الحل

∵ أ ب = أ د ∴ △ أ ب د متساوى الساقين

∴ ق (أ د ب) = ٣٠°

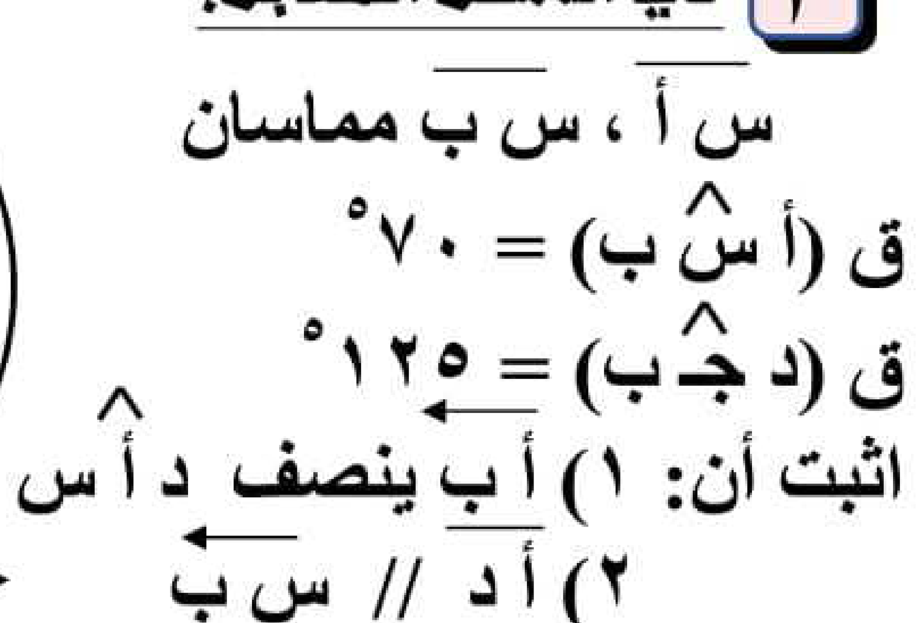
∴ ق (أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ٣٠) = ١٢٠°

∴ ق (أ) + ق (جـ) = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠°

وهما زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

١٠ في الشكل المقابل:



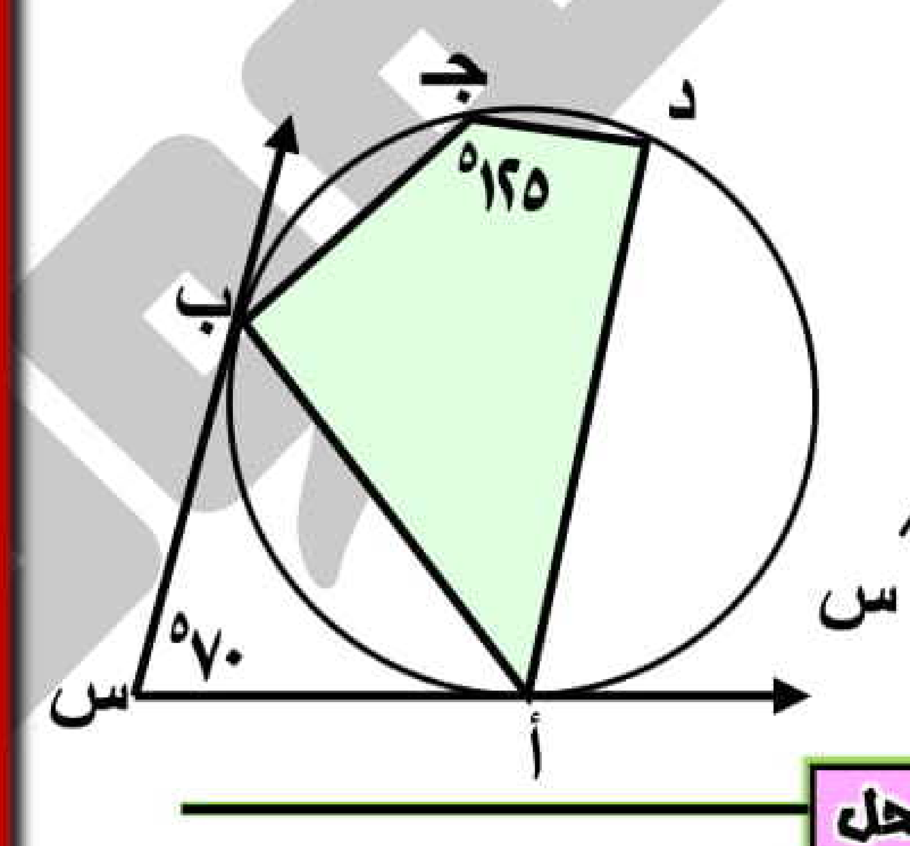
س أ ، س ب مماسان

ق (أ س ب) = ٧٠°

ق (د جـ ب) = ١٢٥°

اثبت أن: ١) أ ب ينصف د أ س

٢) أ د // س ب



الحل

∵ أ ب جـ د رباعى دائرى

∴ ق (جـ) + ق (د أ ب) = ١٨٠°

∴ ق (د أ ب) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° ← (١)

∵ س أ ، س ب مماسان للدائرة

∴ س أ = س ب

∴ △ س أ ب متساوى الساقين

∴ ق (س أ ب) = $\frac{١٨٠ - ٧٠}{٢}$ = ٥٥° ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق(د أ ب) = ق (س أ ب)

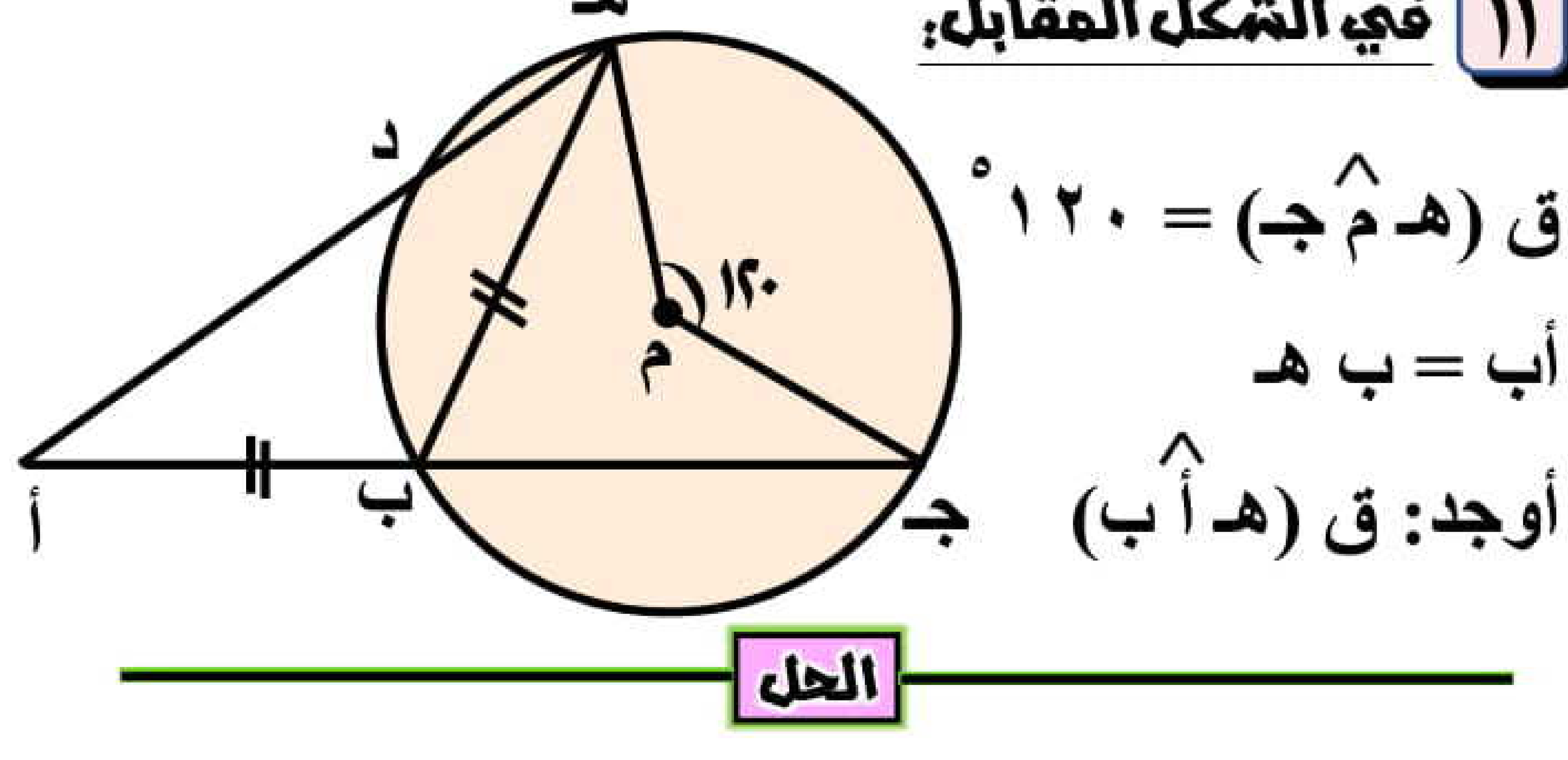
∴ أ ب ينصف د أ س المطلوب الأول

∵ ق (د أ س) = ٥٥ + ٥٥ = ١١٠°

∴ ق (د أ س) + ق (س) = ١١٠ + ٧٠ = ١٨٠° وهما متداخلتان

∴ أ د // س ب

١١ في الشكل المقابل:



ق (هـ م جـ) = ١٢٠°

أ ب = ب هـ

أوجد: ق (هـ أ ب)

الحل

∵ ق (هـ ب جـ) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (م) المركزية

لأنهما مشتركتان في أ جـ ∴ ق (هـ ب جـ) = ٦٠°

∵ أ ب = ب هـ ، هـ ب جـ خارجة عن △ هـ ب أ

∴ ق(ب هـ أ) = ق (هـ أ ب) = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠°

١٢ في الشكل المقابل:

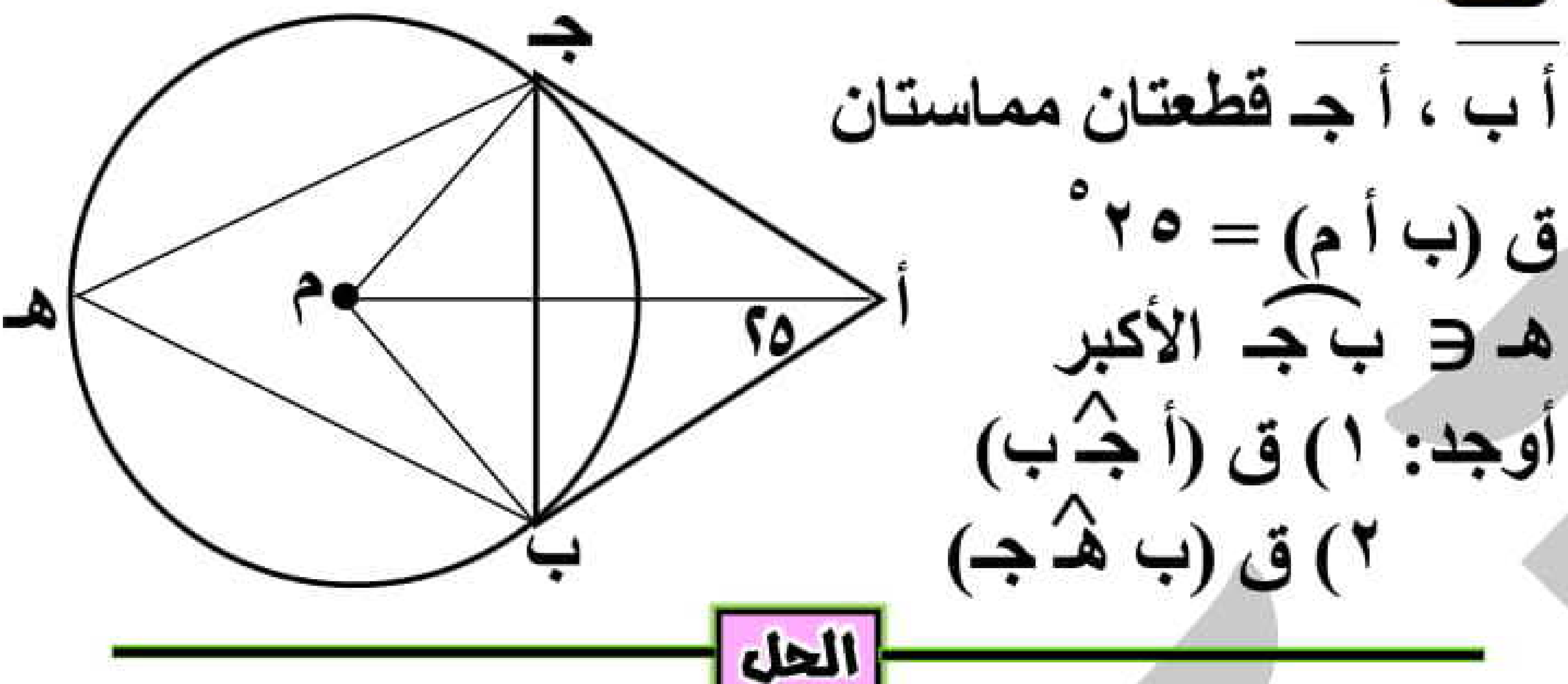
أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

ق (ب أ م) = ٢٥°

هـ ∈ ب جـ الأكبر

أوجد: ١) ق (أ جـ ب)

٢) ق (ب هـ جـ)



الحل



∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان ∴ أ م ينصف أ

∴ ق (أ) = ٢ × ٢٥ = ٥٠°

في △ أ جـ ب : ق (أ جـ ب) = $\frac{١٨٠ - ٥٠}{٢}$ = ٦٥° أولا

∵ أ جـ مماسة ، م جـ نصف قطر ∴ م جـ ⊥ أ جـ

∴ ق (أ جـ م) = ٩٠°

كذلك ∵ أ ب مماسة ، م ب نصف قطر ∴ م ب ⊥ أ ب

∴ ق (أ ب م) = ٩٠°

في الشكل الرباعى أ ب م جـ

ق (جـ م ب) = ٣٦٠ − (٥٠ + ٩٠ + ٩٠) = ١٣٠°

∴ ق (ب هـ جـ) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (ب م جـ) المركزية = ٦٥°

١٣ في الشكل المقابل:

أ ب ∩ جـ د = { هـ }
ق (د هـ ب) = ١١٠°
ق (أ جـ) = ١٠٠°
أوجد ق (د جـ ب)

الحل

من تمرين مشهور ١ :

ق (د ب) = ٢ ق (د هـ ب) − ق (أ جـ)
= ٢ × ١١٠ − ١٠٠ = ١٢٠°
∵ ق (د جـ ب) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (د ب)
∴ ق (د جـ ب) = $\frac{١٢٠}{٢}$ = ٦٠°

١٥ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د مستطيل مرسوم داخل دائرة
جـ هـ = جـ د
اثبت أن : أ هـ = ب جـ

الحل

∵ أ ب = د جـ خواص المستطيل
، هـ جـ = د جـ (معطى)
∴ أ ب = هـ جـ
∴ ق (أ ب) = ق (هـ جـ)
بإضافة ق (ب هـ) للطرفين
∴ ق (أ هـ) = ق (ب جـ)
∴ أ هـ = ب جـ هـ ط ث

١٤ في الشكل المقابل:

جـ د قطر ⊥ أ ب
اثبت أن :
١- س ص هـ جـ رباعى دائرى
٢- ق(د ص ب) = ق(د ب س)

الحل

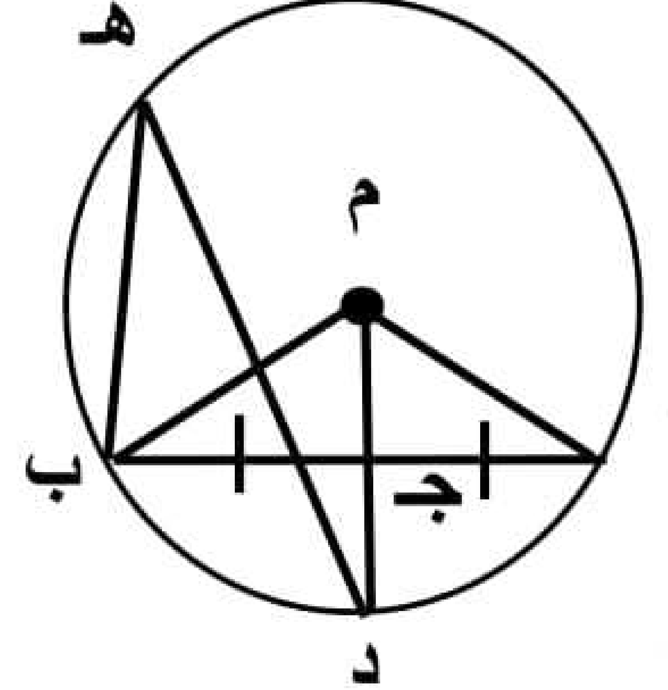
∵ جـ د ⊥ أ ب ∴ ق (جـ هـ ص) = ٩٠°
∵ ق (جـ س د) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة
∵ ق (جـ هـ ص) + ق (جـ س د) = ١٨٠° (متقابلتان متكاملتان)
∴ س ص هـ جـ رباعى دائرى **المطلوب الأول**

∵ ق (د ص ب) = ق (جـ) ← (١)
لأن قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة
∵ ق(د ب س) = ق (جـ) ← (٢)
لأنهما محيطيتان مشتركتان في س د

من ١ ، ٢ ينتج أن : ق(د ص ب) = ق (د ب س)

١٦ في الشكل المقابل:

جـ منتصف أ ب
ق (م أ ب) = ٢٠°
أوجد : ق (ب هـ د) ، ق (أ د ب)

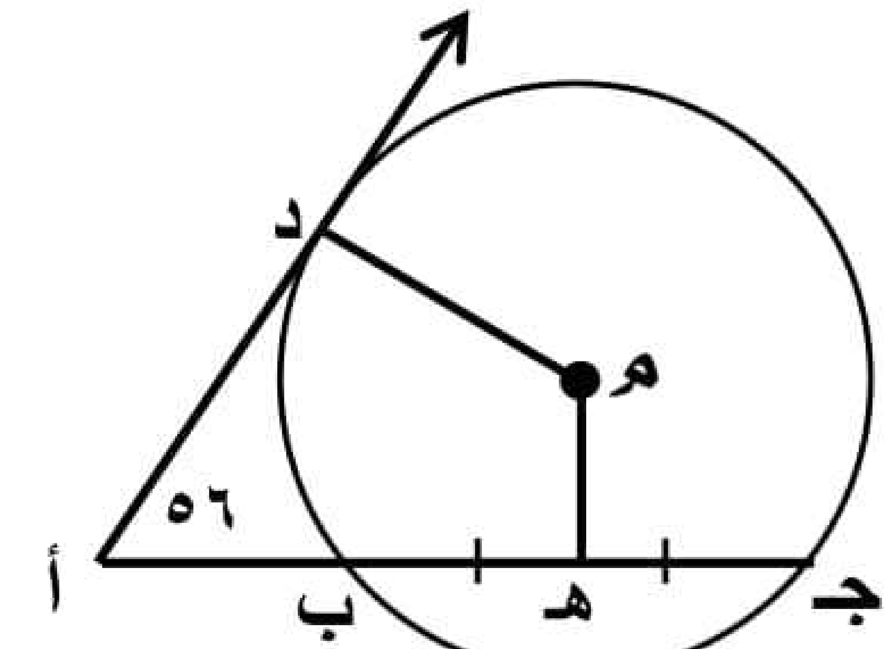


الحل

∵ م أ = م ب أنصاف أقطار
∴ Δ م أ ب متساوى الساقين ∴ ق(م ب أ) = ٢٠°
∵ جـ منتصف أ ب ∴ م جـ ⊥ أ ب ∴ ق(م جـ ب) = ٩٠°
في Δ م جـ ب : ق (جـ م ب) = ١٨٠ − (٩٠ + ٢٠) = ٧٠°
∵ ق (ب هـ د) = $\frac{١}{٢}$ ق (د م ب)
محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب
∴ ق (ب هـ د) = ٣٥° *المطلوب الأول*

فى Δ أ م ب: ق (أ م ب) = ١٨٠ − (٢٠ + ٢٠) = ١٤٠°
∴ ق (أ د ب) = ق (أ م ب) المركزية = ١٤٠°

١٧ في الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة عند د

هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

ق ($\hat{\text{أ}}$) = ٥٦°

أوجد ق (د $\hat{\text{م}}$ هـ)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس ، $\overline{\text{م د}}$ نصف قطر ∴ $\overline{\text{م د}}$ ⊥ $\overline{\text{أ د}}$

∴ ق (م $\hat{\text{د}}$ أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف $\overline{\text{جـ ب}}$ ∴ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{جـ ب}}$

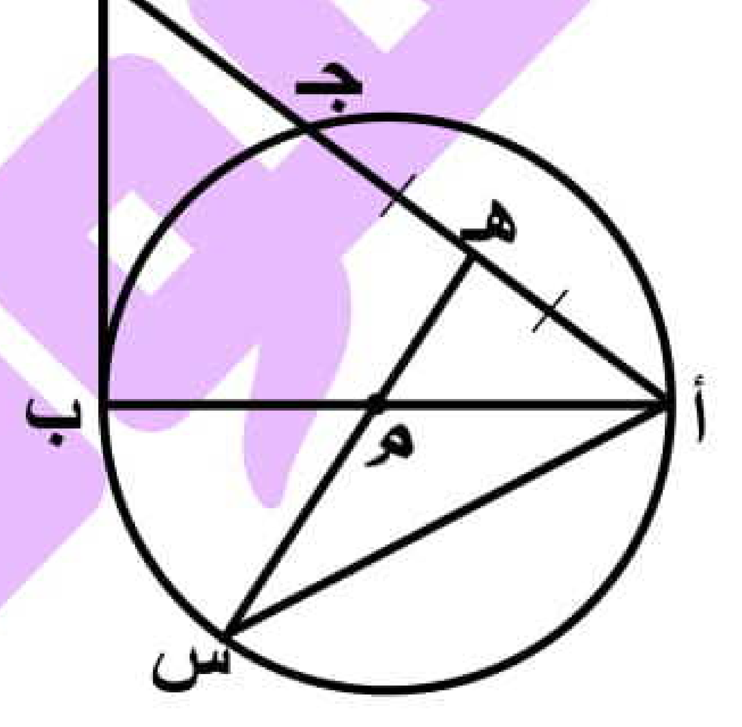
∴ ق (م $\hat{\text{هـ}}$ ب) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعى م هـ أ د = ٣٦٠°

∴ ق (د $\hat{\text{م}}$ هـ) = ٣٦٠ − (٥٦ + ٩٠ + ٩٠)

= ٣٦٠ − ٢٣٦ = ١٢٤°

١٨ في الشكل المقابل:

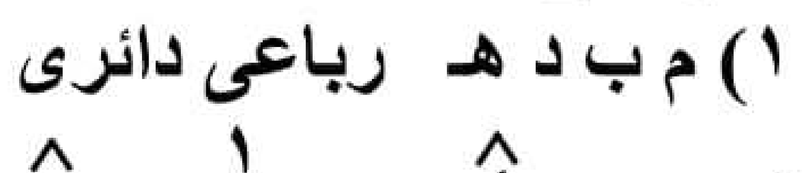


$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م

هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{د ب}}$ مماس

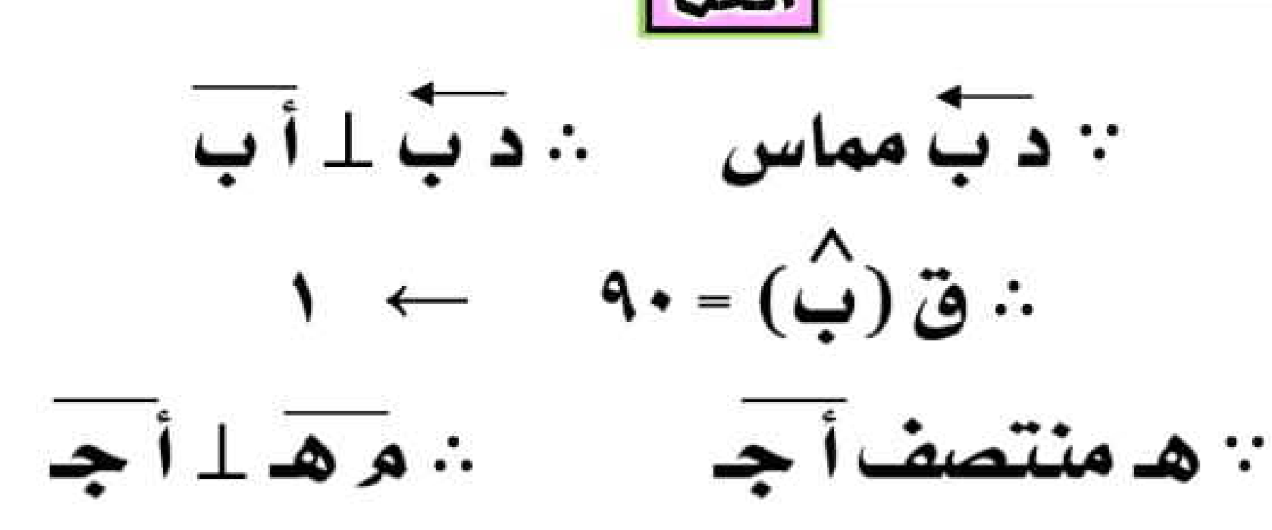
اثبت أن:

١) م ب د هـ رباعى دائرى



٢) ق (ب $\hat{\text{أ}}$ س) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\hat{\text{د}}$)

الحل



∵ $\overleftrightarrow{\text{د ب}}$ مماس ∴ $\overline{\text{د ب}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ ق ($\hat{\text{ب}}$) = ٩٠ ← ١

∵ هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ∴ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$

∴ ق (م $\hat{\text{هـ}}$ د) = ٩٠ ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق ($\hat{\text{ب}}$) + ق (م $\hat{\text{هـ}}$ د) = ١٨٠°

∴ الشكل م ب د هـ رباعى دائرى

∴ ق ($\hat{\text{د}}$) = ق (ب $\hat{\text{م}}$ س) الخارجة ← ٣

∵ ق (ب $\hat{\text{أ}}$ س) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (ب $\hat{\text{م}}$ س) المركزية ← ٤

من ٣ ، ٤ : ∴ ق (ب $\hat{\text{أ}}$ س) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\hat{\text{د}}$)

١٩ في الشكل المقابل:

جـ أ = جـ ب

ق (ب $\hat{\text{أ}}$ د) = ١٣٠°

ق ($\hat{\text{ب}}$) = ٦٥°

اثبت أن:

$\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ

الحل

∵ جـ أ = جـ ب

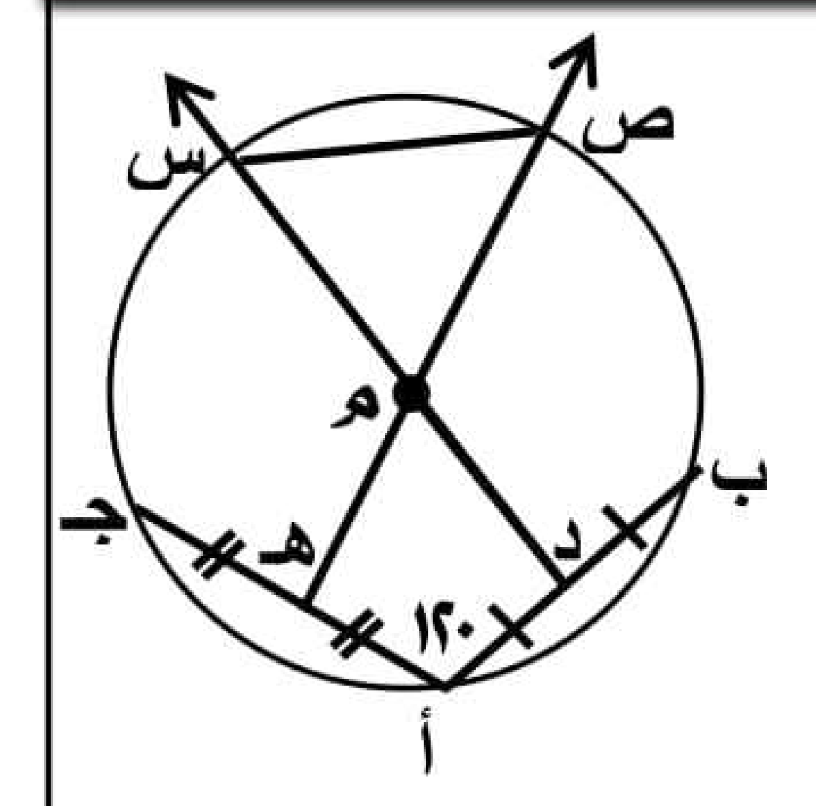
∴ ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ ب) = ق (ب) = ٦٥°

∴ ق (د $\hat{\text{أ}}$ جـ) = ١٣٠ − ٦٥ = ٦٥°

∴ ق (د $\hat{\text{أ}}$ جـ) = ق ($\hat{\text{ب}}$)

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ

٢٠ في الشكل المقابل:



د ، هـ منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ على الترتيب

ق ($\hat{\text{أ}}$) = ١٢٠°

اثبت أن:

△ س ص م متساوى الأضلاع

الحل

∵ د منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ $\overline{\text{م د}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ ق (م $\hat{\text{د}}$ أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ∴ $\overline{\text{م هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$

∴ ق (م $\hat{\text{هـ}}$ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق (د $\hat{\text{م}}$ هـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠°

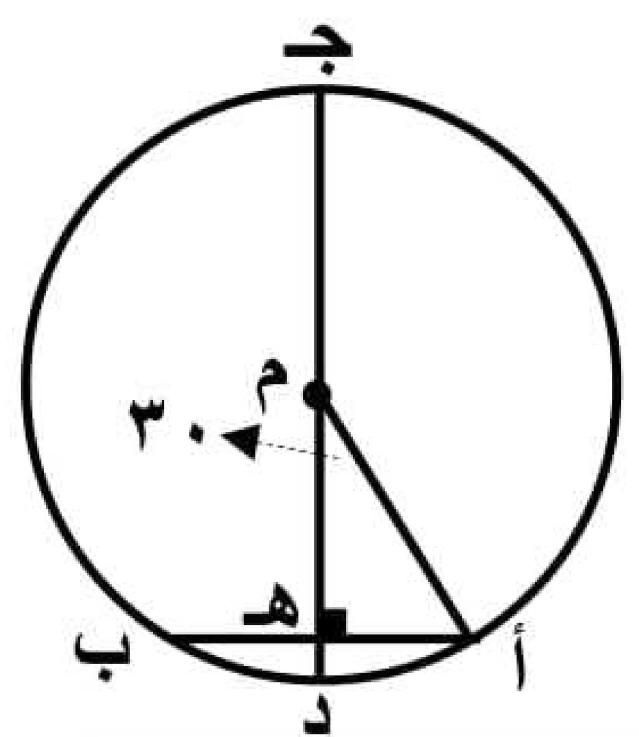
∴ ق (ص $\hat{\text{م}}$ س) = ٦٠° **بالتقابل بالرأس**

∵ م ص = م س (أنصاف أقطار)

∴ ق (م $\hat{\text{ص}}$ س) = ق (م $\hat{\text{س}}$ ص) = ٦٠°

∴ △ س ص م متساوى الأضلاع (جميع زواياه ٦٠°)

٢١ في الشكل المقابل:



جـ د قطر في الدائرة م
م هـ ⊥ أ ب
ق(أ م̂ هـ) = ٣٠°
أ ب = ١٠ سم
أوجد طول جـ د ، م هـ

الحل

∵ م هـ ⊥ أ ب ∴ هـ منتصف أ ب ∴ أ هـ = ٥ سم

∵ ق(أ م̂ هـ) = ٣٠ ∴ أ هـ = $\frac{1}{2}$ أ م ∴ أ م = ١٠ سم

∴ القطر جـ د = ١٠ × ٢ = ٢٠ سم المطلوب الأول

في Δ م هـ أ من فيثاغورث:

(م هـ)^2 = (أ م)^2 − (أ هـ)^2 = ١٠٠ − ٢٥ = ٧٥

∴ م هـ = $\sqrt{٧٥}$ = ٥$\sqrt{٣}$ سم

٢٢ في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متماستان
جـ منتصف د هـ
ق(أ̂) = ٦٠°
أوجد ق(جـ م̂ ب)

الحل

∵ جـ منتصف د هـ ∴ م جـ ⊥ د هـ

∴ ق(أ جـ̂ م) = ٩٠°

∵ م ن خط مركزين ، أ ب مماس مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب ∴ ق(أ ب̂ م) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي أ ب م جـ = ٣٦٠°

∴ ق(جـ م̂ ب) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٦٠) = ١٢٠°

٢٣ في الشكل المقابل:

ب جـ قطر ، أ و مماس
د و ⊥ ب جـ ، اثبت أن:
١) الشكل أ ب د هـ رباعي دائري
٢) Δ أ و هـ متساوي الساقين

الحل

∵ ب جـ قطر

∴ ق(ب أ̂ جـ) = ٩٠° (محيطية في نصف دائرة) ← ١

∵ د و ⊥ ب جـ ∴ ق(هـ د̂ جـ) = ٩٠° ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق(هـ د̂ جـ) الخارجة = ق(ب أ̂ جـ) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

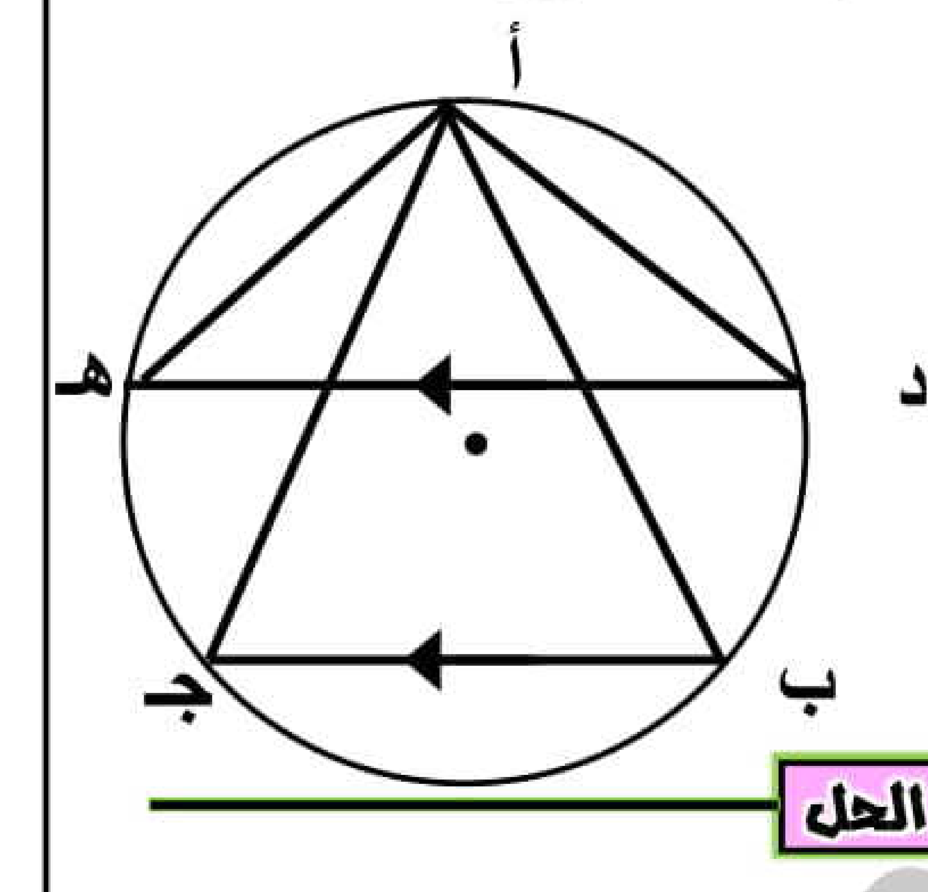
∴ ق(أ هـ̂ و) الخارجة = ق(ب̂) المقابلة للمجاورة ← ٣

∵ ق(و أ̂ هـ) المماسية = ق(ب̂) المحيطية ← ٤

من ٣ ، ٤ ينتج أن: ق(أ هـ̂ و) = ق(و أ̂ هـ)

∴ Δ أ و هـ متساوي الساقين

٢٤ في الشكل المقابل:



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة
د هـ // ب جـ
اثبت أن:
ق(د أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ هـ)

الحل

∵ د هـ // ب جـ

∴ ق(د⌒ب) = ق(هـ⌒جـ)

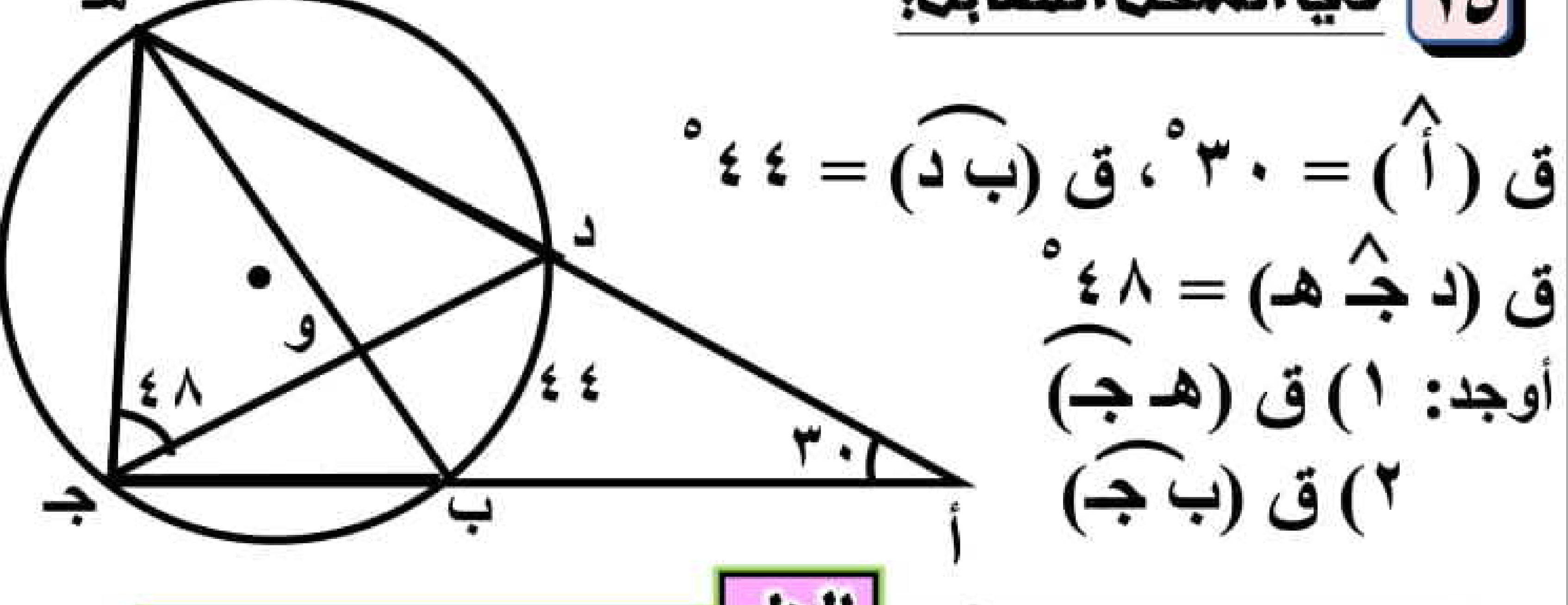
∴ ق(د أ̂ ب) المحيطية = ق(هـ أ̂ جـ) المحيطية

لأنهما محيطيتان أقواسهما متساوية

وبإضافة ق(ب أ̂ جـ) للطرفين

∴ ق(د أ̂ جـ) = ق(ب أ̂ هـ) هـ ط ث

٢٥ في الشكل المقابل:



ق ($\hat{أ}$) = ٣٠° ، ق (⌒ب د) = ٤٤°

ق (د $\hat{جـ}$ هـ) = ٤٨°

أوجد: ١) ق (⌒هـ جـ)

٢) ق (⌒ب جـ)

الحل

من تمرين مشهور ٢ :

ق(⌒هـ جـ) = ٢ ق ($\hat{أ}$) + ق (⌒د ب)

∴ ق (⌒هـ جـ) = ٢ × ٣٠ + ٤٤ = ١٠٤° **أولا**

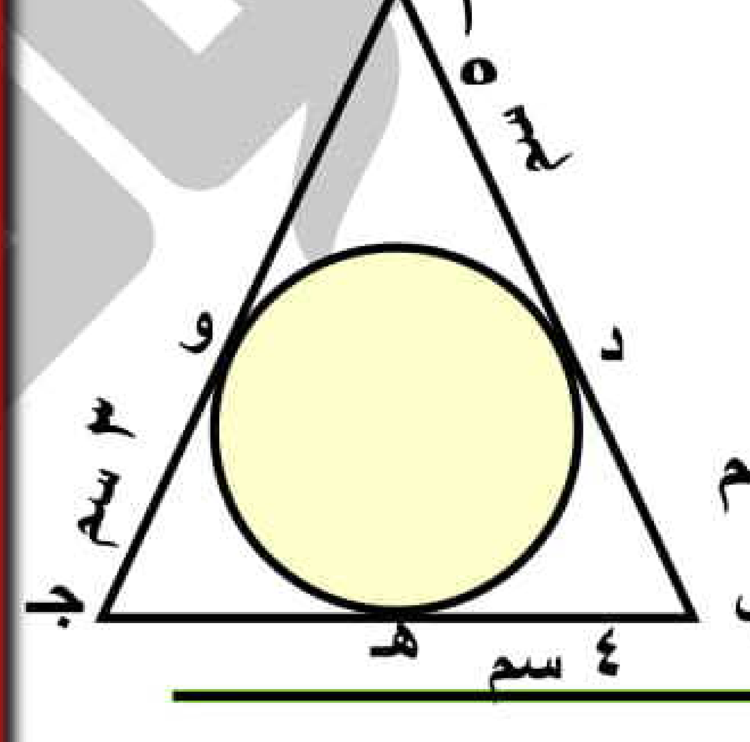
∵ ق (د $\hat{جـ}$ هـ) المحيطية = ٤٨°

∴ ق(⌒د هـ) = ٤٨×٢ = ٩٦°

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ق (⌒ب جـ) = ٣٦٠ − (٤٤ + ١٠٤ + ٩٦) = ١١٦°

٢٦ في الشكل المقابل:



Δ أ ب جـ مرسوم خارج الدائرة م وتمس أضلاعه أب ، أجـ ، ب جـ فى د ، هـ ، و على الترتيب

أد= ٥سم ، ب هـ= ٤سم ،جـ و= ٣سم

أوجد محيط Δ أ ب جـ

الحل

∵ $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ و}$ قطعتان مماستان

∴ أ د = أ و = ٥سم

∵ $\overline{ب د}$ ، $\overline{ب هـ}$ قطعتان مماستان

∴ ب د = ب هـ = ٤ سم

∵ $\overline{جـ هـ}$ ، $\overline{جـ و}$ قطعتان مماستان

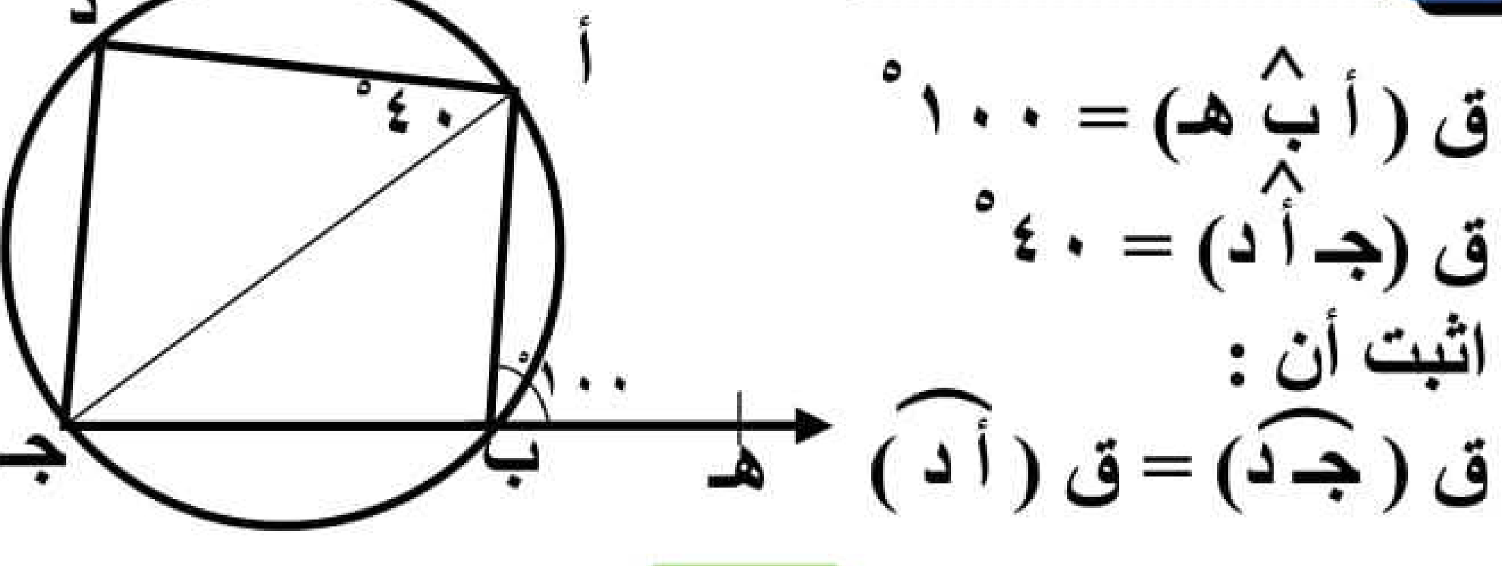
∴ جـ هـ = جـ و = ٣سم

∴ أ ب = ٥ + ٤ = ٩ سم ، أ جـ = ٥ + ٣ = ٨ سم

ب جـ = ٤ + ٣ = ٧ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ٩ + ٨ + ٧ = ٢٤ سم

٢٧ في الشكل المقابل:



ق (أ $\hat{ب}$ هـ) = ١٠٠°

ق (جـ $\hat{أ}$ د) = ٤٠°

اثبت أن :

ق (⌒جـ د) = ق (⌒أ د)

الحل

∵ أ $\hat{ب}$ هـ زاوية خارجة عن الرباعى الدائرى أ ب جـ د

∴ ق ($\hat{د}$) = ق (أ $\hat{ب}$ هـ) = ١٠٠°

في Δ أ د جـ :

ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ١٨٠ − (١٠٠ + ٤٠) = ٤٠°

∵ ق (د $\hat{أ}$ جـ) = ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ٤٠

∴ أ د = د جـ

∴ ق (⌒جـ د) = ق (⌒أ د)

٢٨ في الشكل المقابل:

م دائرة ، ق (أ $\hat{م}$ ب) = ٩٠°

طول نصف قطرها = ٧ سم

أوجد طول ⌒أ ب حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$

الحل

∵ ق ($\hat{م}$) المركزية = ٩٠ ∴ ق (⌒أ ب) = ٩٠°

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠}$ × ٢ π نق

= $\frac{٩٠}{٣٦٠}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ١١ سم

٢٩ أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٣}$ الدائرة . ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧ سم .

الحل

قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٣}$ الدائرة = $\frac{٣٦٠}{٣}$ = ١٢٠°

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{٣٦٠}$ × ٢ π نق

= $\frac{١٢٠}{٣٦٠}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ١٤٫٦ سم

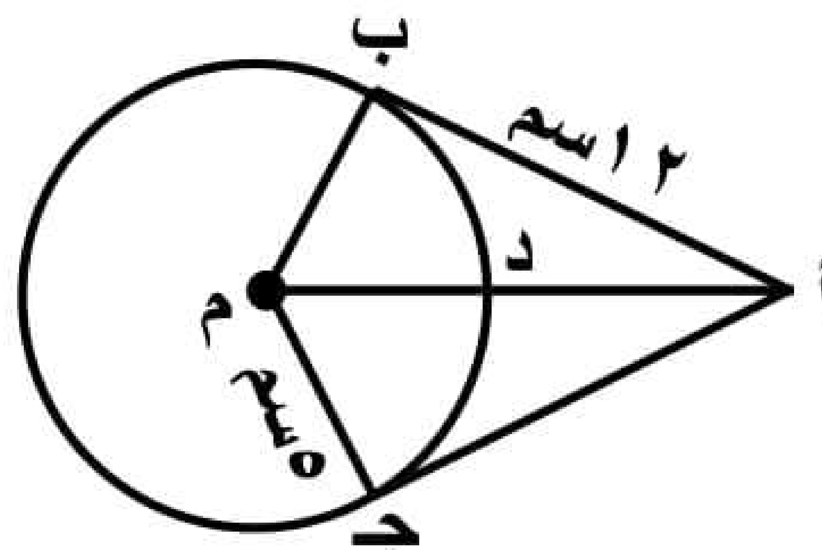
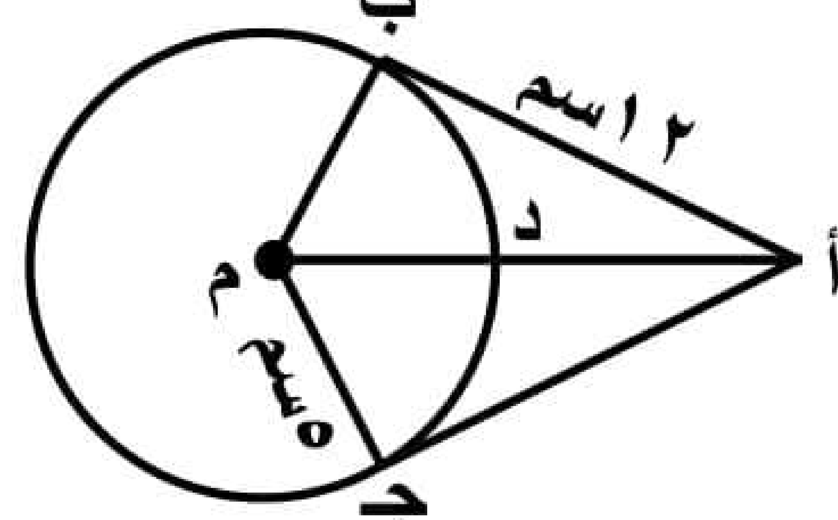
٣٠ في الشكل المقابل:

أجـ ، أب مماستان

أب = ١٢ سم

، جـ م = ٥ سم

أوجد طول: أجـ ، أد

الحل

∵ أب = أجـ قطعتان مماستان

∴ أجـ = ١٢ سم **المطلوب الأول**

∵ أجـ مماسة ، م جـ نصف قطر

∴ م جـ ⊥ أجـ ∴ Δ أجـ م قائم

في Δ أجـ م من فيثاغورث:

∴ (أم)^2 = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩ ∴ أم = ١٣ سم

∵ م د = م جـ = ٥ سم (أنصاف أقطار)

∴ أد = ١٣ ـ ٥ = ٨ سم **المطلوب الثانى**

٣١ في الشكل المقابل:

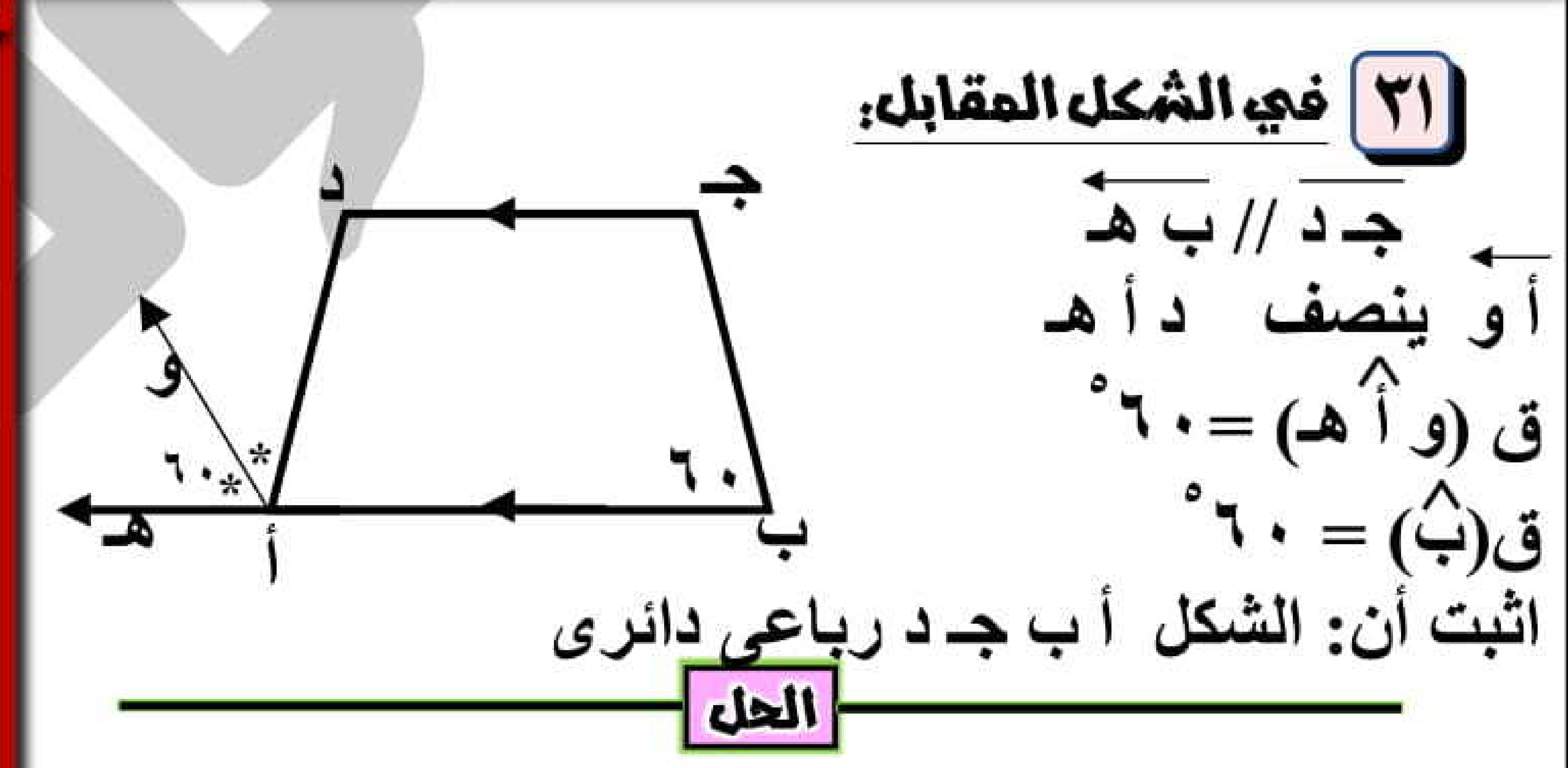
جـ د // ب هـ

أو ينصف د أ هـ

ق (و أ هـ) = ٦٠°

ق(ب) = ٦٠°

اثبت أن: الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى



الحل

∵ أو ينصف د أ هـ

∴ ق (د أ هـ) = ٦٠ × ٢ = ١٢٠° ← (١)

∵ جـ د // ب هـ

∴ ق (جـ) = ١٨٠ ـ ٦٠ = ١٢٠ بالتداخل ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (د أ هـ) الخارجة = ق (جـ) المقابلة للمجاورة

∴ **الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى**

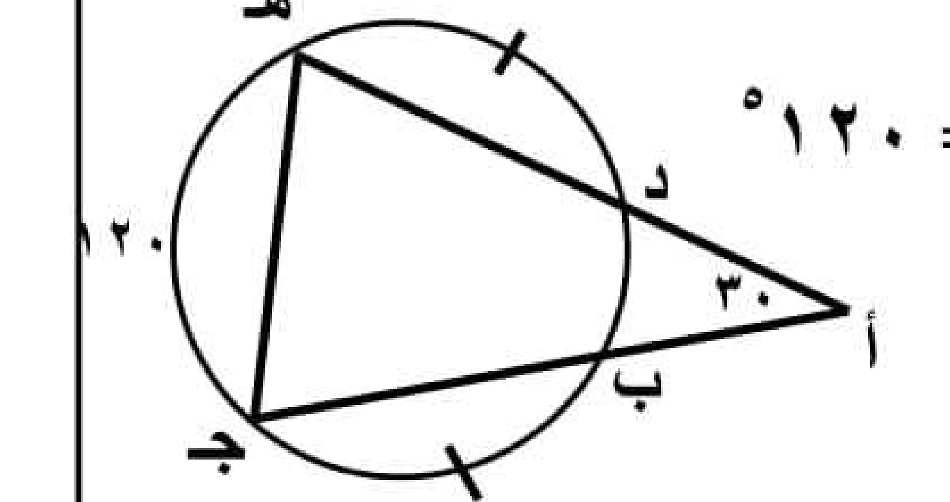
٣٢ في الشكل المقابل:

ق (أ) = ٣٠° ، ق (هـ جـ) = ١٢٠°

ق (ب جـ) = ق (د هـ)

١-أوجد : ق (ب د) الأصغر

٢-اثبت أن : أ ب = أ د



الحل

من تمرين مشهور ٢ :

ق (ب د) = ق (هـ جـ) − ٢ ق(أ) = ١٢٠ − ٦٠ = ٦٠°

∵ ق (د هـ) = ق (ب جـ) بإضافة ق (د ب) للطرفين

∴ ق (ب د هـ) = ق (د ب جـ)

∴ ق (جـ) المحيطية = ق (هـ) المحيطية

∴ أ جـ = أ هـ ← (١)

، ∵ ق (ب جـ) = ق (د هـ) ∴ ب جـ = د هـ ← (٢)

بطرح ٢ من ١ ينتج أن: أ ب = أ د

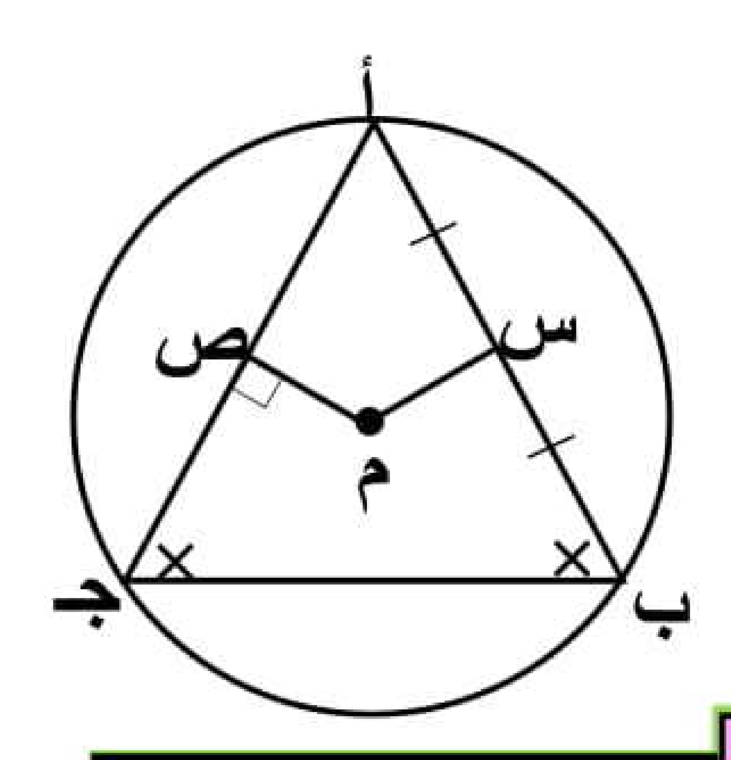
٣٣ في الشكل المقابل:

أ ب جـ Δ مرسوم داخل دائرة م

ق (ب) = ق (جـ)

س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

اثبت أن : م س = م ص



الحل

∵ س منتصف أ ب

∴ م س ⊥ أ ب

في Δ أ ب جـ:

∵ ق (ب) = ق (جـ)

∴ أ ب = أ جـ أوتار متساوية

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

٣٤ في الشكل المقابل:

أب ، أجـ قطعتان مماستان

أب // جـ د ،

ق (ب م̂ د) = ١٣٠°

١- اثبت أن : جـ ب ينصف أ جـ̂ د

٢- أوجد ق (أ̂)

الحل

∵ ق (ب جـ̂ د) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (م̂) المركزية

∴ ق(ب جـ̂ د) = ٦٥°

∵ أب // جـ د

∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (ب جـ̂ د) = ٦٥° بالتبادل ← (١)

∵ أ ب = ب جـ (قطعتان مماستان)

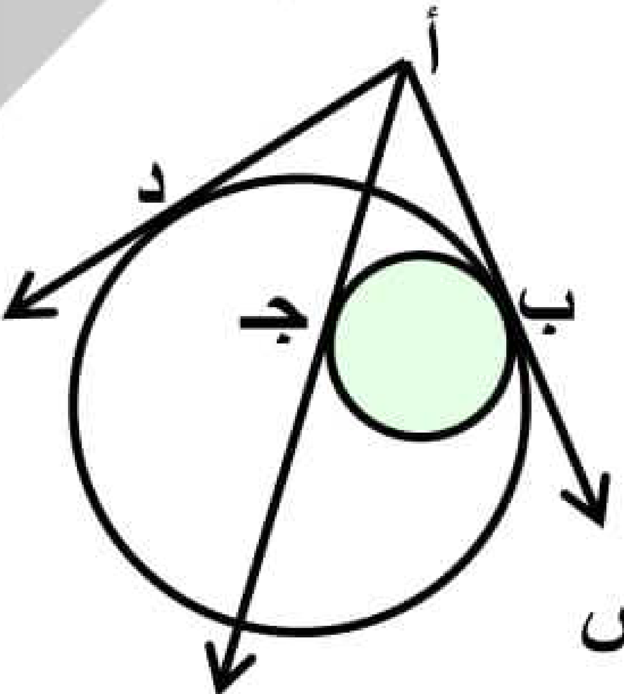
∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب) = ٦٥° ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (ب جـ د) = ق (أ جـ ب)

∴ جـ ب ينصف أ جـ̂ د **المطلوب الأول**

ق (أ̂) = ١٨٠ − (٦٥ + ٦٥) = ٥٠°

٣٥ في الشكل المقابل:



دائرتان متماستان من الداخل فى ب

أب مماس مشترك للدائرتين

أجـ مماس للصغرى، أد مماس للكبرى

أجـ = ١٥ سم ، أب = (٢س-٣) سم

أد = (ص-٢) سم أوجد قيمة س ، ص

الحل

∵ أب = أجـ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى

∴ أب = ١٥

∴ ٢س − ٣ = ١٥ ⇦ ٢س = ١٨

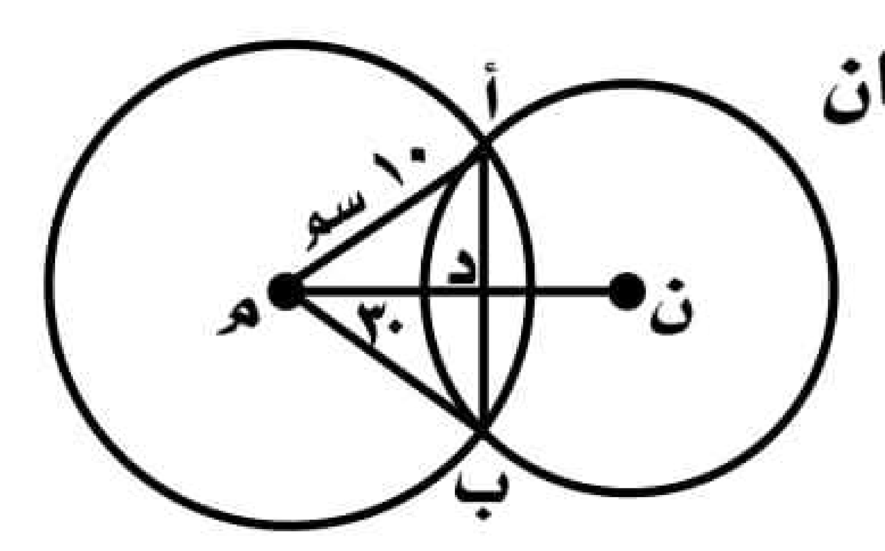
∴ س = ٩

∵ أب = أد قطعتان مماستان للدائرة الكبرى

∴ أد = ١٥ ∴ ص - ٢ = ١٥

∴ ص = ١٧

٣٦ في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان

م أ = ١٠ سم

ق (ب م̂ ن) = ٣٠°

أوجد طول أب

الحل

∵ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ م ب = ١٠ سم

∵ م ن خط مركزين ، أب وتر مشترك

∴ أب ⊥ م ن ∴ Δ م د ب قائم في د

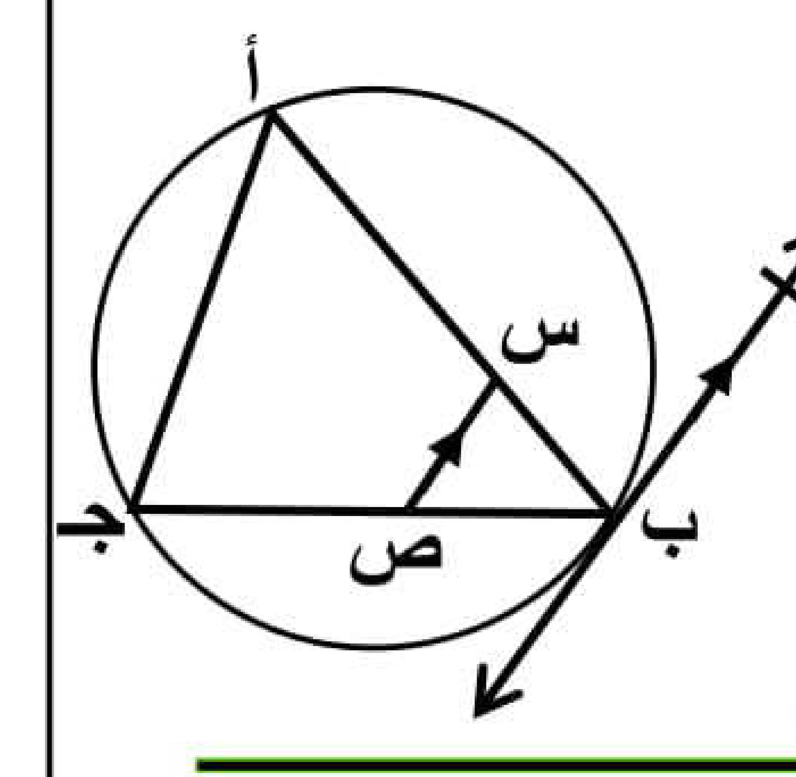
في Δ م د ب:

د ب = $\frac{1}{2}$ م ب = ٥ سم (ضلع مقابل للزاوية ٣٠)

∵ خط المركزين م ن ينصف الوتر المشترك أب

∴ أب = ٥ × ٢ = ١٠ سم

٣٧ في الشكل المقابل:



أب جـ Δ مرسوم داخل دائرة

س ص // ب د

اثبت أن :

أ س ص جـ رباعى دائرى

الحل

∵ س ص // ب د

∴ ق (أ ب̂ د) = ق (ص س̂ ب) بالتبادل ← (١)

∵ ق (أ ب̂ د) المماسية = ق (جـ̂) المحيطية ← (١)

من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق (ص س̂ ب) = ق (جـ̂)

أي أن : قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ س ص جـ رباعى دائرى

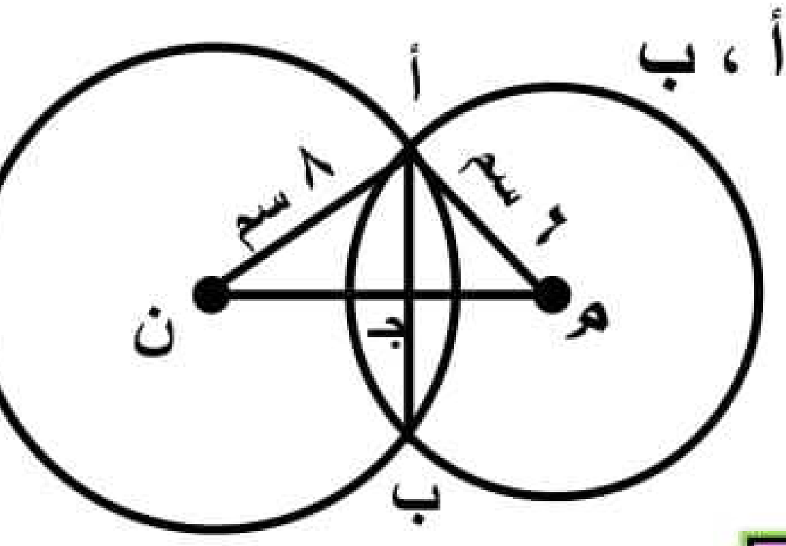
٣٨ في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

م أ = ٦سم ، ن أ = ٨سم

م أ ⊥ أ ن

أوجد طول أ ب



الحل

في ∆ أ م ن (من فيثاغورث) :

∵ م أ ⊥ م ن ∴ (م ن)^٢ = ٦^٢ + ٨^٢ = ١٠٠

∴ م ن = ١٠ سم

∵ أ ب وتر مشترك ∴ م ن ⊥ أ ب

من إقليدس : أ جـ = (أ م × أ ن) / (م ن) = (٦ × ٨) / ١٠ = ٤,٨ سم

∵ أ ب وتر مشترك ∴ م ن ينصف أ ب

∴ أ ب = ٢ × ٤,٨ = ٩,٦ سم

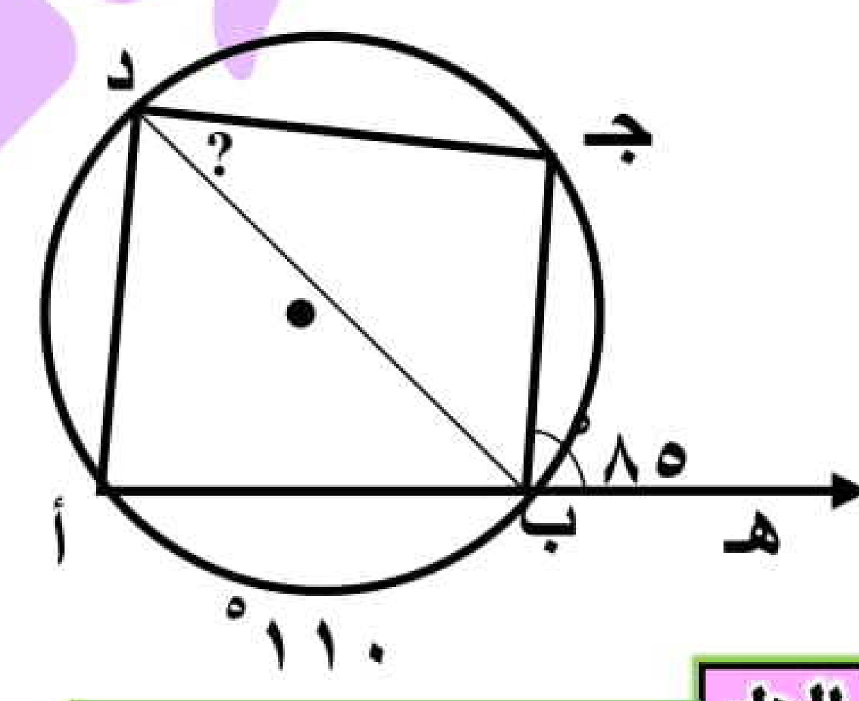
٣٩ في الشكل المقابل:

هـ ∈ أ ب

ق (أ ب ⌒) = ١١٠°

ق (جـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد ق (ب د جـ)



الحل

∵ ق (أ ب ⌒) = ١١٠°

∴ ق (ب د̂ أ) المحيطية = ١/٢ ق (أ ب ⌒) = ١١٠/٢ = ٥٥°

∵ جـ ب̂ هـ خارجة عن الرباعى الدائرى أ ب جـ د

∴ ق (جـ د̂ أ) = ق (جـ ب̂ هـ) = ٨٥°

∴ ق (ب د̂ جـ) = ق (جـ د̂ أ) − ق (ب د̂ أ)

= ٨٥ − ٥٥ = ٣٠°

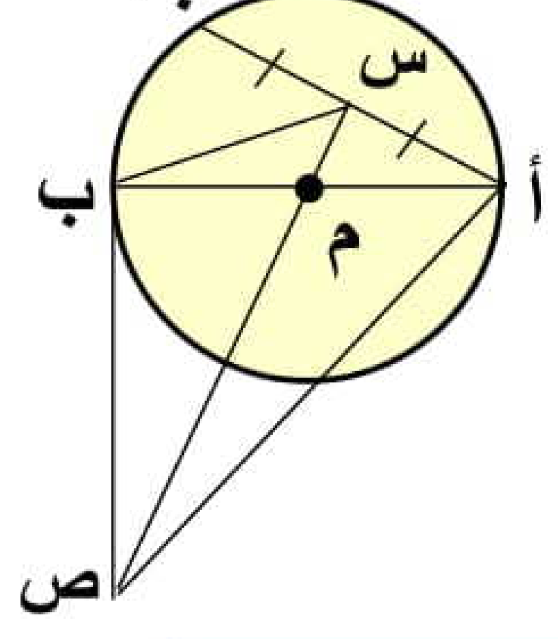
٤٠ في الشكل المقابل:

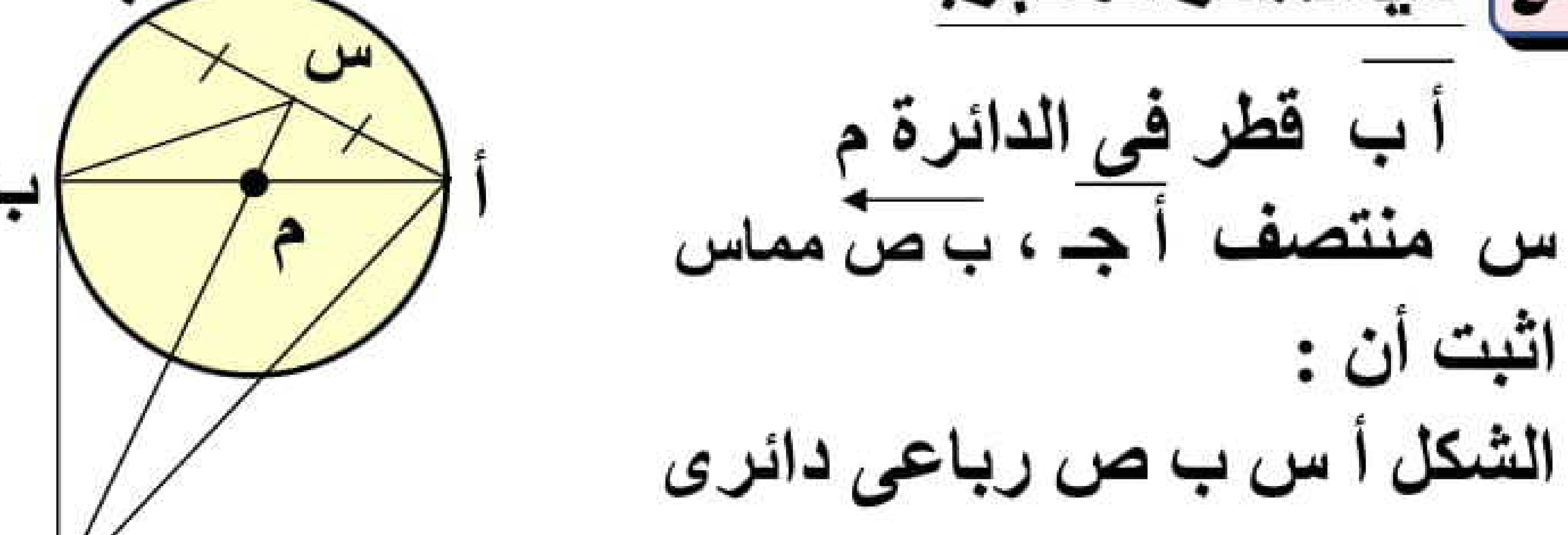
أ ب قطر فى الدائرة م

س منتصف أ جـ ، ب ص مماس

اثبت أن :

الشكل أ س ب ص رباعى دائرى





الحل

∵ س منتصف أ جـ ∴ م س ⊥ أ جـ

∴ ق (أ س̂ م) = ٩٠° ← (١)

∵ ب ص مماس ، أ ب قطر ∴ أ ب ⊥ ب ص

∴ ق (م ب̂ ص) = ٩٠° ← (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق (أ س̂ ص) = ق (أ ب̂ ص)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وهى أ ص وفى جهة واحدة منها

∴ أ س ب ص رباعى دائرى

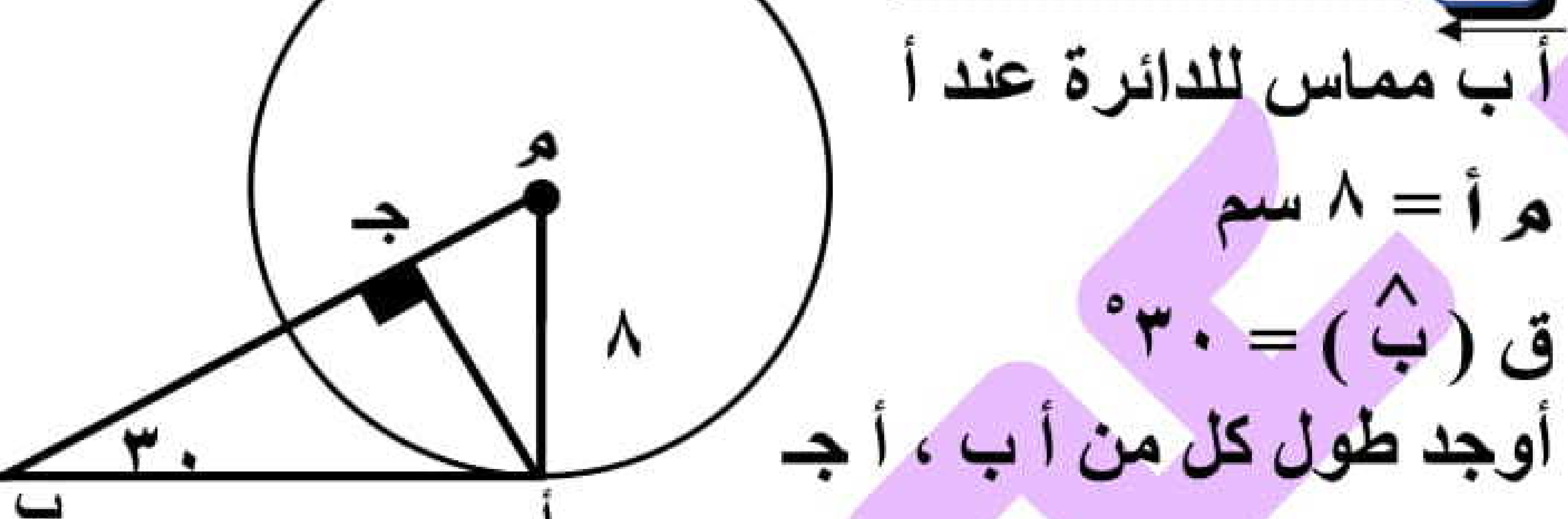
٤١ في الشكل المقابل:

أ ب مماس للدائرة عند أ

م أ = ٨ سم

ق (ب̂) = ٣٠°

أوجد طول كل من أ ب ، أ جـ



الحل

∵ أ ب مماس ∴ م أ ⊥ أ ب ∴ ∆ م أ ب قائم

∵ ق(م ب̂ أ) = ٣٠° ∴ م ب = ٢ × ٨ = ١٦ سم

من فيثاغورث : في ∆ م أ ب

(أ ب)^٢ = ٢٥٦ − ٦٤ = ١٩٢

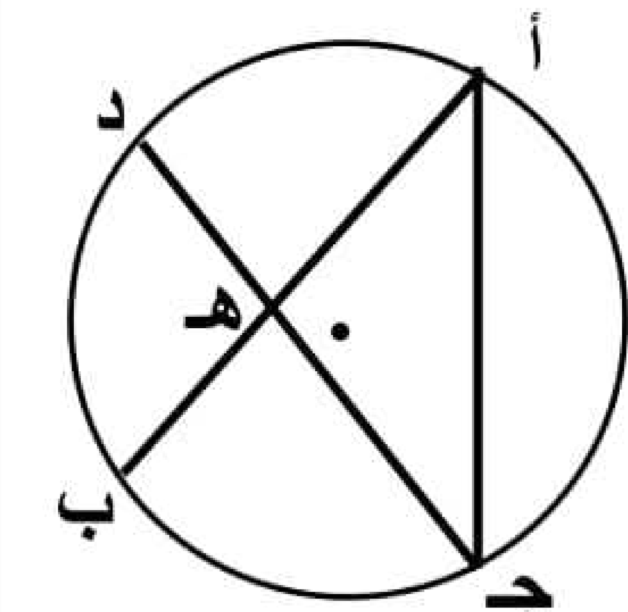
∴ أ ب = √١٩٢ = ٨ √٣ سم

في ∆ أ ب جـ :

∵ أ جـ هو الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

∴ أ جـ = ١/٢ الوتر أ ب ∴ أ جـ = ١/٢ × ٨ √٣ = ٤ √٣ سم

(٤٢) في الشكل المقابل:



أ ب ، جـ د وتران متساويان فى الطول

اثبت أن :

△ أ جـ هـ متساوى الساقين

الحل

∵ أ ب = جـ د

∴ ق (⌒أ ب) = ق (⌒جـ د)

<u>بطرح ق (⌒د ب) من الطرفين</u>

∴ ق (⌒أ د) = ق (⌒ب جـ)

∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ أ)

∴ △ أ جـ هـ متساوى الساقين

(٤٤) في الشكل المقابل:

أ د = أ جـ ،

أ و ينصف ب أ^ جـ

اثبت أن:



الحل

△△ أ د هـ ، أ جـ هـ فيهما:

- ق (د أ^ هـ) = ق (جـ أ^ هـ)
- أ د = أ جـ
- أ هـ ضلع مشترك

∴ △ أ د هـ ≡ △ أ جـ هـ

∴ ق (أ جـ^ هـ) = ق (أ د^ هـ) ← (١)

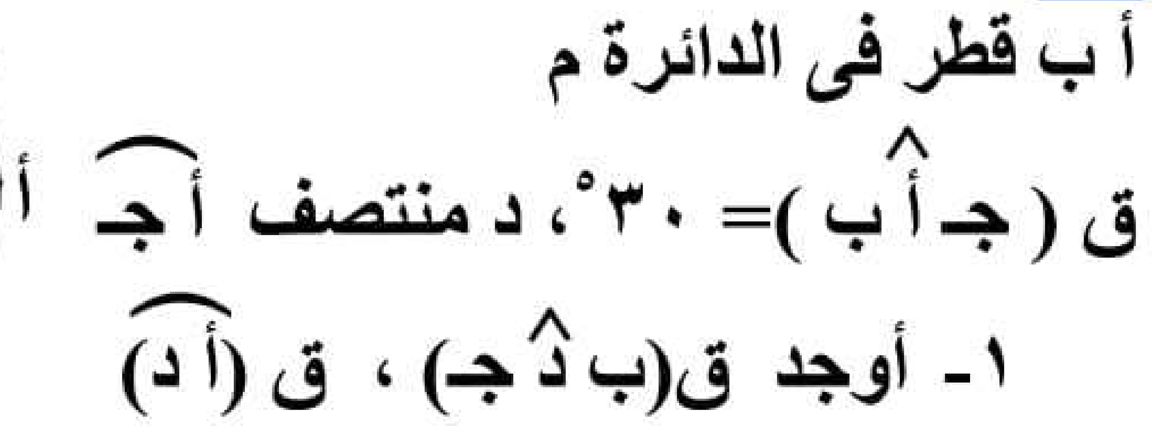
∵ ق (أ جـ^ هـ) = ق (أ و^ ب) ← (٢)

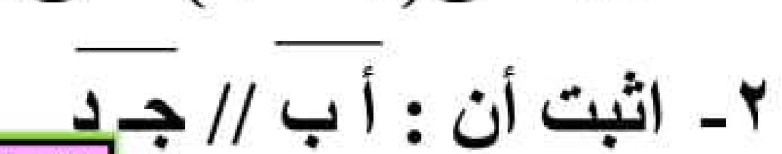
(لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ ب)

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (أ د^ هـ) = ق (أ و^ ب)

∴ الشكل د ب و هـ رباعى دائرى

(٤٣) في الشكل المقابل:





الحل

∵ ق (ب د^ جـ) = ق (جـ أ^ ب)

<u>محيطيتان مشتركتان في ⌒جـ ب</u>

∴ ق (ب د^ جـ) = ٣٠° *أولا*

∴ ق(⌒جـ ب) = ٢ × ٣٠ = ٦٠°

∵ ق (⌒أ د جـ) + ق (⌒جـ ب) = ١٨٠°

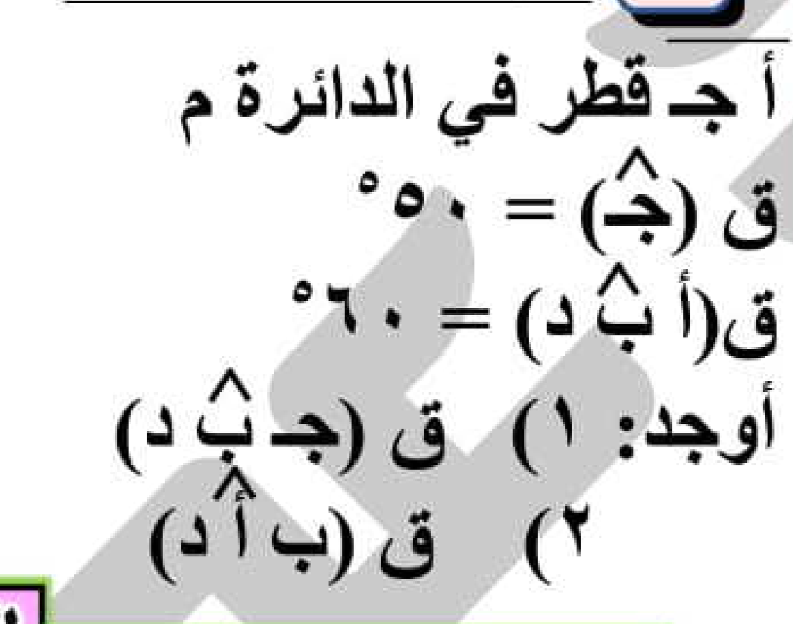
∴ ق(⌒أ د جـ) = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

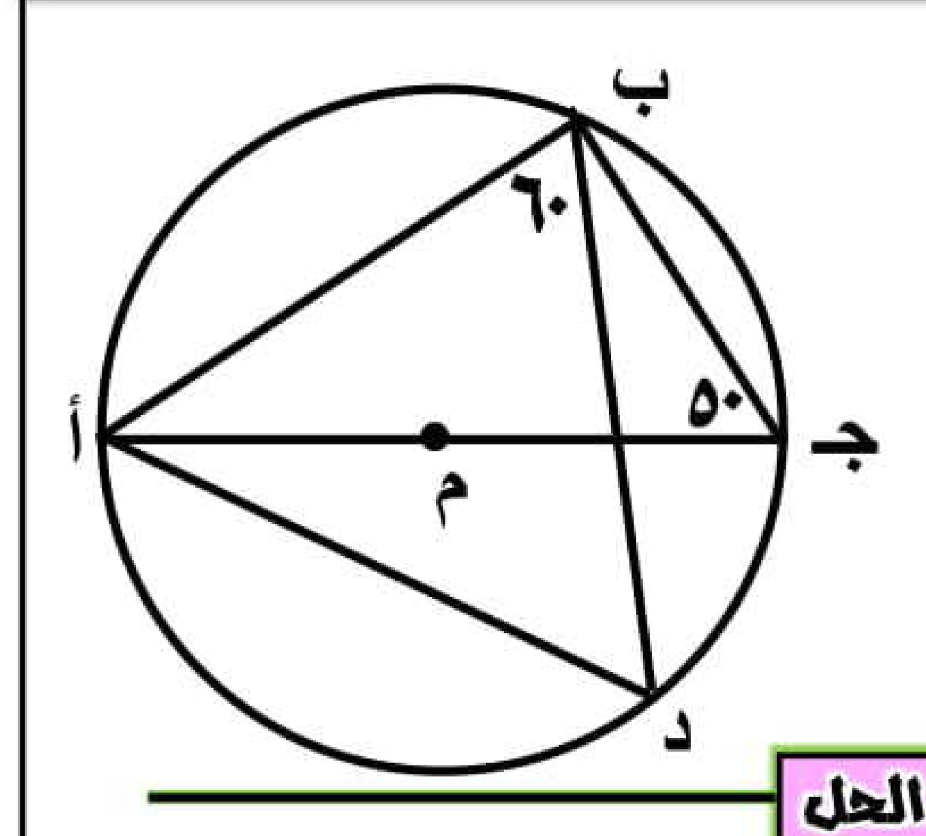
∵ ق (⌒أ د) = ق (⌒د جـ) ∴ ق (⌒أ د) = $\frac{١٢٠}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق(د ب^ أ) المحيطية = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠°

∵ ق (ب د^ جـ) = ق (د ب^ أ) <u>وهما متبادلتان</u> ∴ أ ب // جـ د







الحل

∵ أ جـ قطر ، جـ ب^ أ محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق (جـ ب^ أ) = ٩٠°

∴ ق(جـ ب^ د) = ٩٠ − ٦٠ = ٣٠°

∵ ق (ب جـ^ أ) = ق (ب د^ أ)

محيطيتان مشتركتان في ⌒ب أ

∴ ق(ب د^ أ) = ٥٠°

في △ ب د أ

∴ ق(ب أ^ د) = ١٨٠ − (٦٠ + ٥٠) = ٧٠°

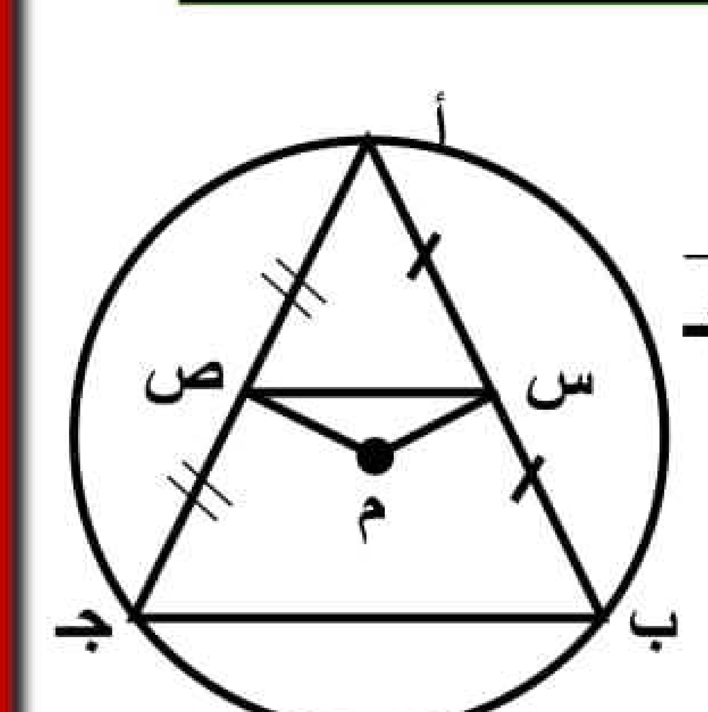
٤٦ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م
س ، ص منتصفا أب ، أجـ على الترتيب
ق (م س^ ص) = ٣٠°
اثبت أن : ١- △ م س ص متساوى الساقين
٢- △ أ س ص متساوى الأضلاع



الحل



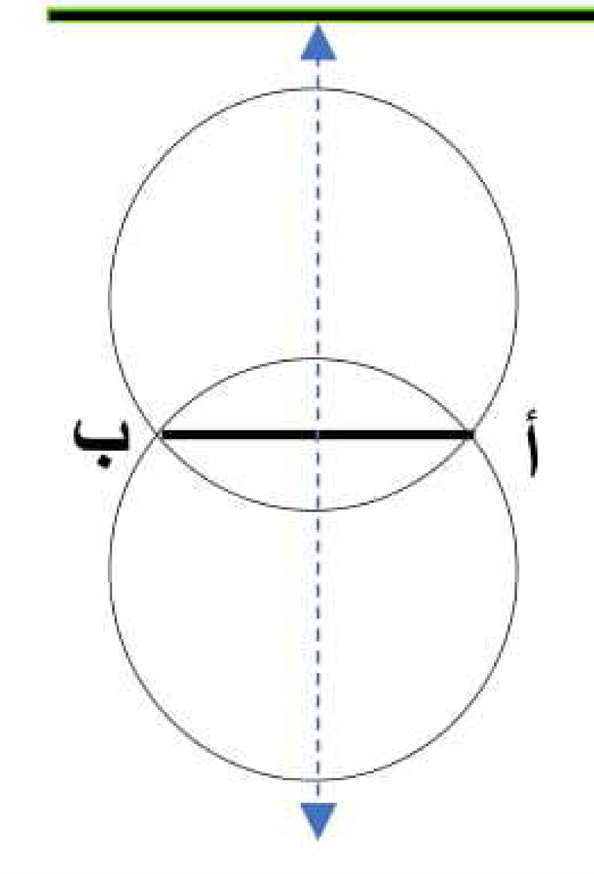
∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أب}$
∵ ص منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$
∵ أب = أجـ (أوتار متساوية)
∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)
∴ △ م س ص متساوى الساقين



∵ ق (م س^ ص) = ٣٠° ، ق (م س^ أ) = ٩٠°
∴ ق (أ س^ ص) = ٩٠ – ٣٠ = ٦٠°
، ق (أ ص^ س) = ٦٠° ∴ ق (أ^) = ٦٠°
∴ △ أ س ص متساوى الأضلاع

٤٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم أب = ٦ سم
ثم ارسم دائرة قطرها ١٠ سم تمر بالنقطتين أ ، ب
وكم دائرة يمكن رسمها

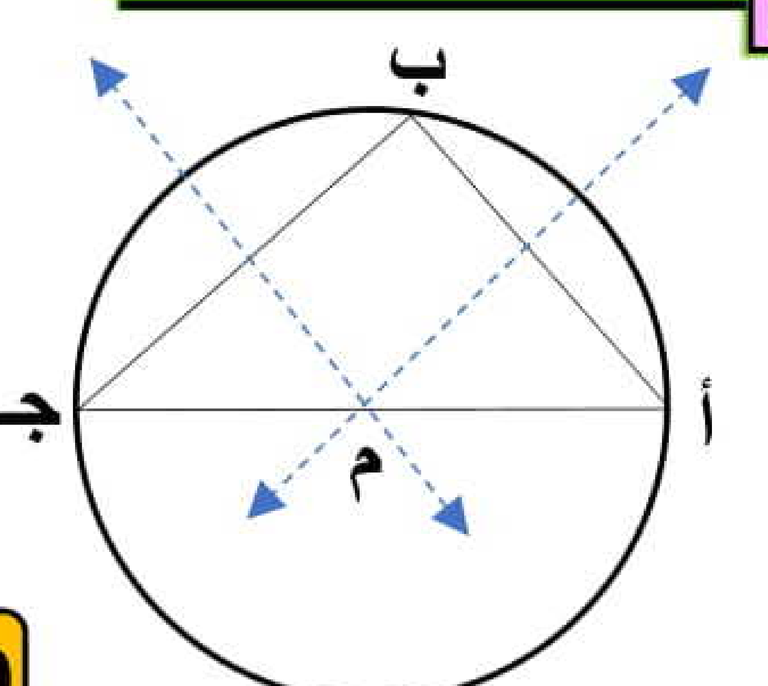
الحل



نق = ٥ سم
$\frac{١}{٢}$ أب = ٣سم
∵ نق > $\frac{١}{٢}$ أب
∴ عدد الحلول دائرتان

٤٨ باستخدام الأدوات ارسم المثلث أ ب جـ القائم حيث
أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر
برؤوس المثلث ثم أوجد طول نصف قطرها

الحل



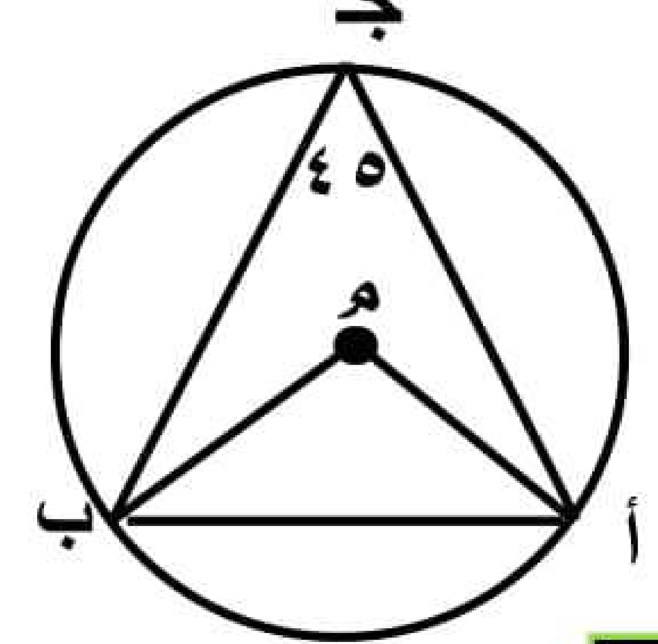
من فيثاغورث
أ جـ = ٥ سم
∵ المركز م ينصف وتر المثلث
∴ نق = ٢,٥ سم

٤٩ في الشكل المقابل:
$\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م
$\overline{جـ م}$ // $\overline{أب}$
اثبت أن : ب هـ > أ هـ

الحل

∵ ق (م^) = ٢ ق (ب^)
مركزية ومحيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{أجـ}$
، ∵ $\overline{جـ م}$ // $\overline{أب}$ ∴ ق (م^) = ق (أ^) بالتبادل
في △ أ هـ ب : ∴ ق (أ^) = ٢ ق (ب^)
∴ ق (أ^) > ق (ب^) ∴ ب هـ > أ هـ

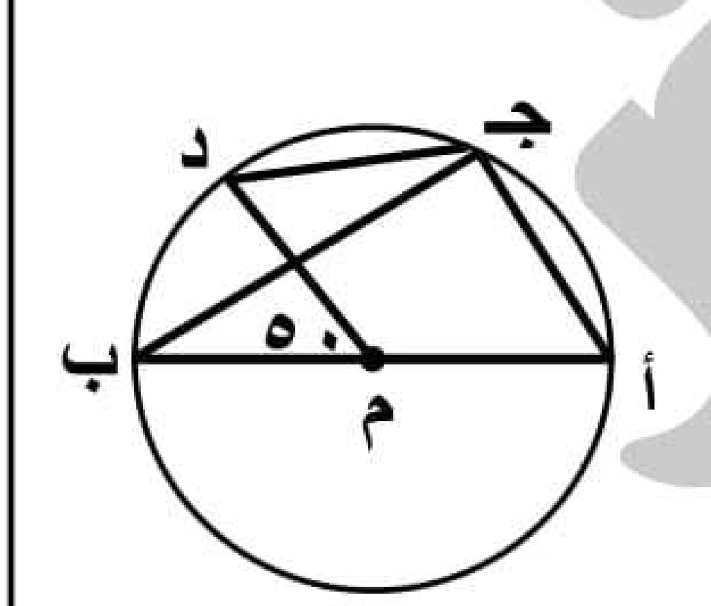
٥٠ في الشكل المقابل:
ق (جـ^) = ٤٥°
أوجد ق (م أ^ ب)



الحل

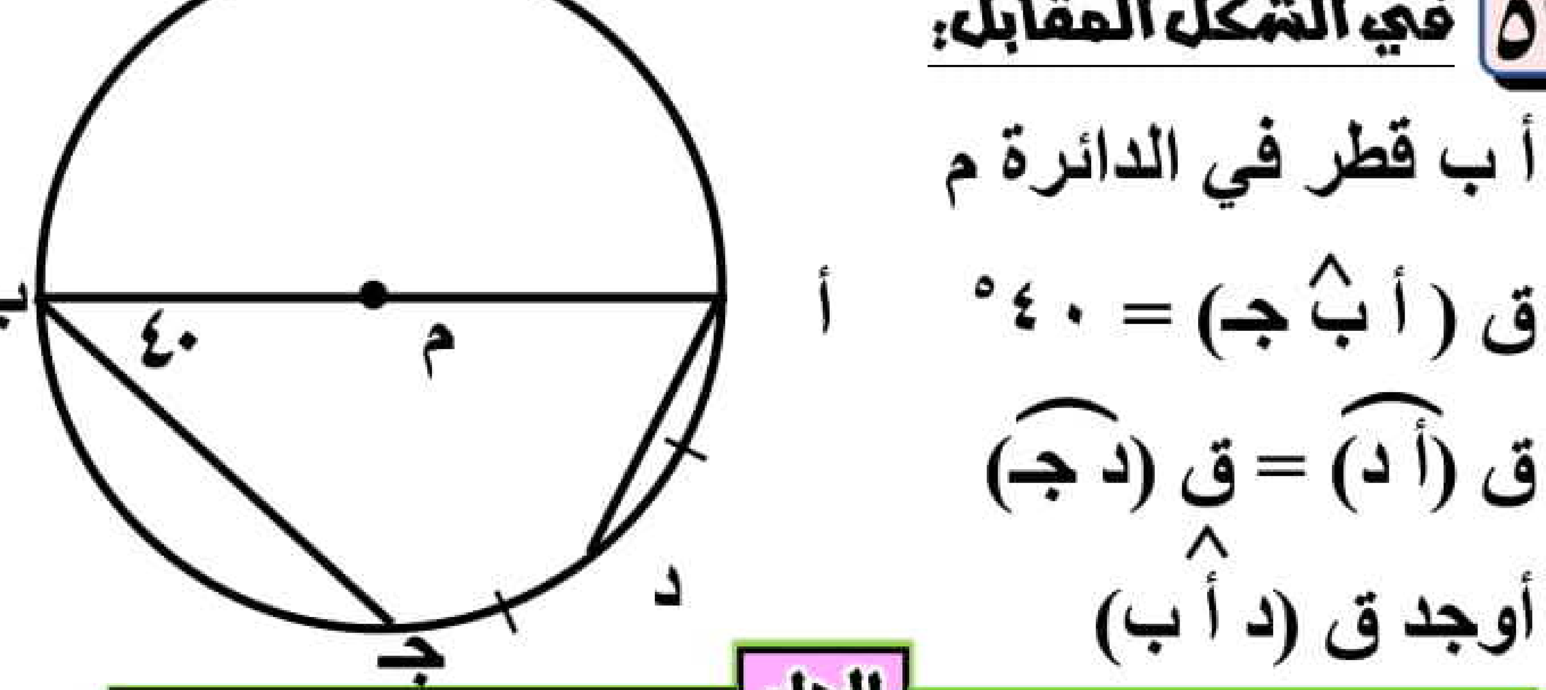
∵ ق (أ م^ ب) المركزية = ٢ ق (جـ^) المحيطية
لأنهما مشتركتان في القوس أ ب
∴ ق (أ م^ ب) = ٩٠°
في △ م أ ب : ∵ م أ = م ب = نق
∴ ق (م أ^ ب) = ق (م ب^ أ) = $\frac{١٨٠ - ٩٠}{٢}$ = ٤٥°

٥١ في الشكل المقابل:
$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م
ق (د م^ ب) = ٥٠°
أوجد ق (أ جـ^ د)

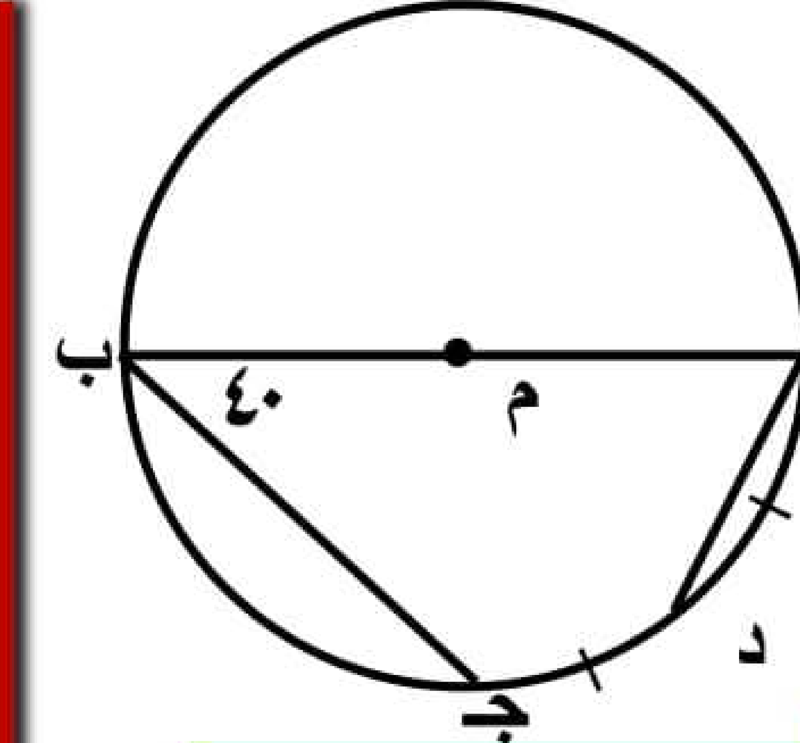


الحل

∵ أ ب قطر ، أ جـ ب محيطية مرسومة في نصف دائرة
∴ ق (أ جـ^ ب) = ٩٠° ← ١
∵ ق (د جـ^ ب) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (د م^ ب) المركزية
∴ ق (د جـ^ ب) = ٢٥° ← ٢
بجمع ١ ، ٢ ينتج أن: ق (أ جـ^ د) = ٩٠ + ٢٥ = ١١٥°



٥٢ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م

ق (أ بَ جـ) = ٤٠°

ق (⌒أ د) = ق (⌒د جـ)

أوجد ق (د أ^ ب)

الحل

∵ ق (⌒أ د جـ) = ٢ ق (ب) المحيطية

∴ ق (⌒أ د جـ) = ٢ × ٤٠ = ٨٠°

∵ ق (⌒أ د) = ق (⌒د جـ) = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠°

∵ أ ب قطر ∴ ق (⌒أ جـ ب) = ١٨٠°

∴ ق (⌒ب جـ) = ١٨٠ ـ ٨٠ = ١٠٠°

∴ ق (⌒د جـ ب) = ٤٠ + ١٠٠ = ١٤٠°

∴ ق (د أ^ ب) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق (⌒د جـ ب) = ٧٠°

٥٣ في الشكل المقابل:

دائرتان متحدتا المركز م



ق (ب^) = ق (هـ^)

اثبت أن : جـ د = ع ل



الحل

∵ ق (ب^) = ق (هـ^) ∴ أ ب = أ هـ

في الدائرة الكبرى:

∵ أ ب = أ هـ أوتار متساوية ، م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ هـ

∴ م س = م ص أبعاد متساوية

في الدائرة الصغرى:

∵ م س = م ص أبعاد متساوية

∴ جـ د = ع ل أوتار متساوية

٥٤ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعى دائرياً

الحل

١) إذا وجد زاويتان متقابلتان متكاملتان

٢) إذا وجد زاوية خارجة قياسها = المقابلة للمجاورة

٣) إذا وجد زايتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ومتساويتان

٥٥ في الشكل المقابل:

دائرتان متحدتا المركز م

أ ب وتر في الدائرة الكبرى

يقطع الصغرى في جـ ، د

اثبت أن : أ جـ = ب د

الحل

العمل : نرسم م هـ ⊥ أ ب

في الدائرة الكبرى:

∵ م هـ ⊥ أ ب ∴ هـ منتصف أ ب

∴ أ هـ = هـ ب ← ١

في الدائرة الصغرى:

∵ م هـ ⊥ جـ د ∴ هـ منتصف أ ب

∴ جـ هـ = هـ د ← ٢

بطرح ١ ، ٢ ينتج أن:

أ جـ = د ب

٥٦ في الشكل المقابل:





أ ب جـ د شكل ر باعى

د أ = د جـ

اثبت أن:

الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

الحل

∵ ق (ب م^ د) = ١٨٠° زاوية مستقيمة

∴ ق (أ م^ د) = ١٨٠ـ ٨٠ = ١٠٠°

في △ أ م د:

ق (م أ^ د) = ١٨٠ ـ (١٠٠ + ٣٠) = ٥٠°

∵ أ د = د جـ

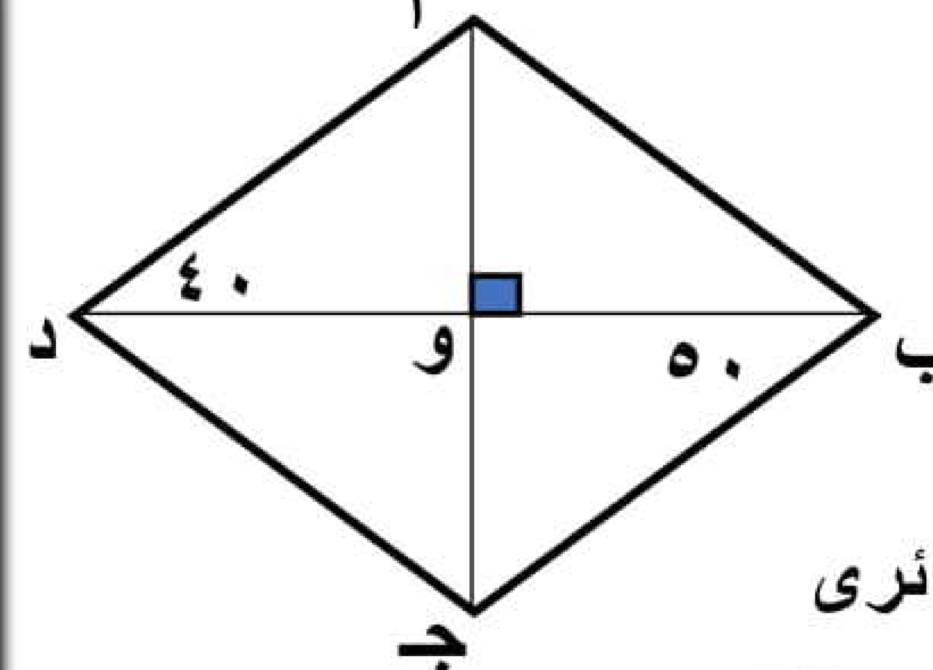
∴ ق (د جـ^ أ) = ق (د أ^ جـ) = ٥٠°

∴ ق (د جـ^ أ) = ق (د بَ أ)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ د

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

٥٧ في الشكل المقابل:



أ ب جـ د شكل رباعى

$\overline{أ جـ} \perp \overline{ب د}$

برهن أن:

الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

الحل

في Δ ب و جـ القائم الزاوية في و :

ق (ب جـ^ و) = ١٨٠ ـ (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°

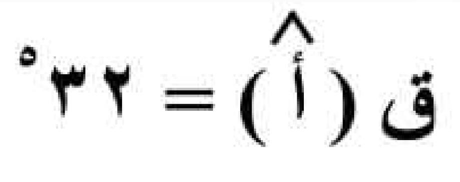
∵ ق (أ د^ ب) = ق (ب جـ^ أ) = ٤٠°

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة $\overline{أ ب}$

∴ الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى

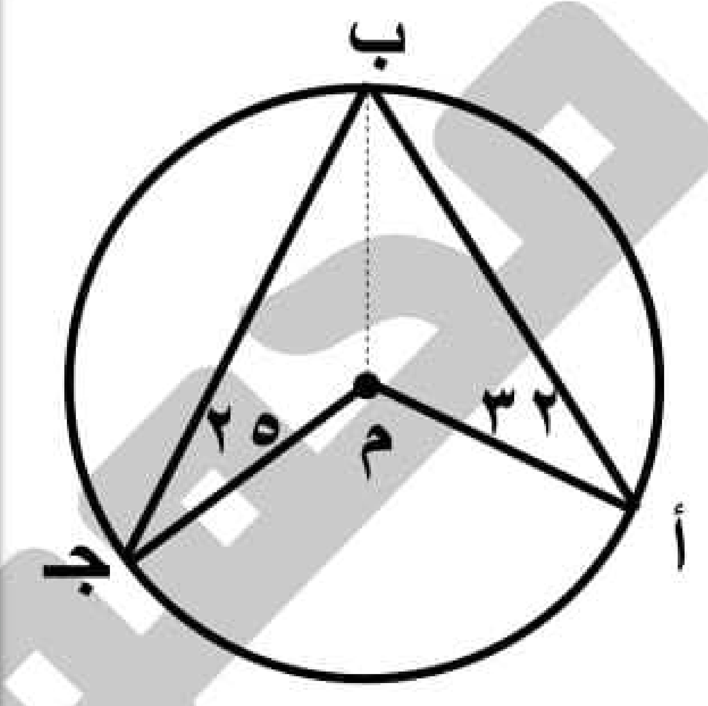
٥٨ في الشكل المقابل:

ق (أ^) = ٣٢°



ق (جـ^) = ٢٥°

أوجد : ق (أ م^ جـ)



الحل

العمل: نرسم $\overline{ب م}$

∵ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ ق (أ ب^ م) = ق (ب أ^ م) = ٣٢

∵ م جـ = م ب أنصاف أقطار

∴ ق (جـ ب^ م) = ق (ب جـ^ م) = ٢٥°

∴ ق (أ ب^ جـ) = ٣٢ + ٢٥ = ٥٧°

∵ ق (أ م^ جـ) المركزية = ٢ ق (أ ب^ جـ) المحيطية

∴ ق (أ م^ جـ) = ٥٧ × ٢ = ١١٤°

٥٩ في الشكل المقابل:

$\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ هـ}$ مماسان للدائرتان

اثبت أن :

ب جـ = د هـ



الحل

في الدائرة الصغرى:

∵ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ د}$ مماستان ∴ أ ب = أ د ← ١

في الدائرة الكبرى:

∵ $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ هـ}$ مماستان ∴ أ جـ = أ هـ ← ٢

بطرح ١ ، ٢ ينتج أن: ب جـ = د هـ

٦٠ في الشكل المقابل:

ق (أ^) = ٤٠°

ق (ب جـ د) = ٢٦°

أوجد : ١) ق (جـ هـ⌒)

٢) ق (هـ سَ^ جـ)

الحل

∵ ق (د ب⌒) = ٢ ق (جـ^) المحيطية

∴ ق (د ب⌒) = ٢ × ٢٦ = ٥٢°

من تمرين مشهور٢:

ق (جـ هـ⌒) = ٢ ق (أ^) + ق (د ب⌒)

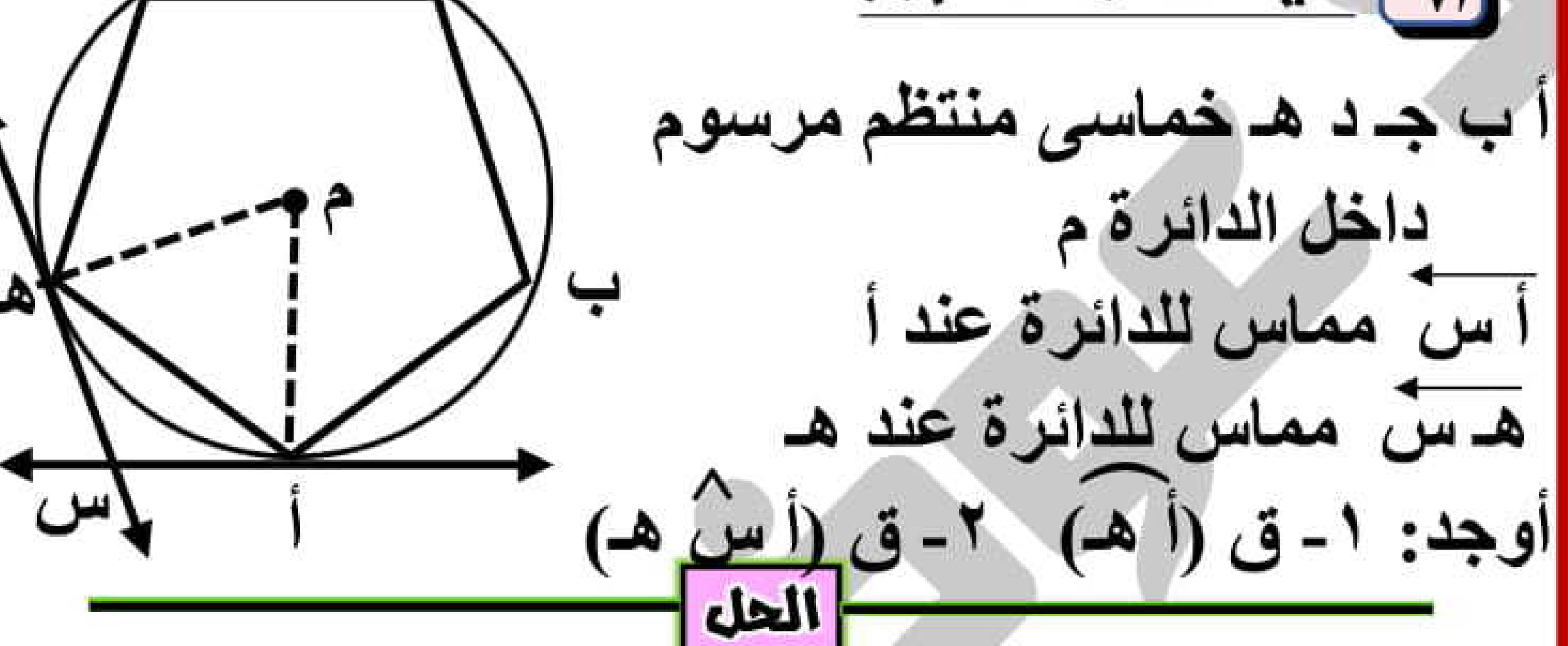
= ٢ × ٤٠ + ٥٢ = ١٣٢° **المطلوب الأول**

من تمرين مشهور١:

ق (هـ سَ^ جـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (د ب⌒) + ق (جـ هـ⌒)]

= $\frac{1}{2}$ (٥٢ + ١٣٢) = ٩٢°

٦١ في الشكل المقابل:



أ ب جـ د هـ خماسى منتظم مرسوم داخل الدائرة م

$\overleftrightarrow{أ س}$ مماس للدائرة عند أ

$\overleftrightarrow{هـ س}$ مماس للدائرة عند هـ

أوجد: ١- ق (أ هـ⌒) ٢- ق (أ سَ^ هـ)

الحل



العمل : نرسم $\overline{م أ}$ ، $\overline{م هـ}$

∵ أ ب جـ د هـ خماسى منتظم

∴ أ ب = ب جـ = جـ د = د هـ = أ هـ

∴ ق(أ ب⌒) = ق(ب جـ⌒) = ق(جـ د⌒) = ق (د هـ⌒) = ق(أ هـ⌒)

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠° ∴ ق(أ هـ⌒) = $\frac{٣٦٠}{٥}$ = ٧٢° **أولا**

∵ ق(أ هـ⌒) = ٧٢° ∴ ق (أ م^ هـ) = ٧٢°

∵ أ س مماس ∴ ق (م أ^ س) = ٩٠°

∵ هـ س مماس ∴ ق (م هـ^ س) = ٩٠°

في الشكل الرباعى م أ س هـ :

ق(أ سَ^ هـ) = ٣٦٠ – (٧٢ + ٩٠ +٩٠) = ١٠٨°

اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) عدد لا نهائي

٢ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو ....

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) عدد لا نهائي

٣ وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها .... سم

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٨

٤ إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = Φ فإن المستقيم ل يكون ....

أ) محور تماثل ب) خارج جـ) قاطع د) مماس

٥ إذا كان المستقيم مماسا للدائرة التي قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها .... سم

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٦ د) ٨

٦ دائرة محيطها ٦ π سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون

أ) مماس للدائرة ب) قاطع للدائرة جـ) خارج الدائرة د) قطر في الدائرة

٧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على .... وينصفه

أ) القطر ب) الوتر جـ) الوتر المشترك د) المماس

٨ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، أنصاف أقطارهم ٥ سم ، ٩ سم فإن م ن = ... سم

أ) ١٤ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٩

٩ م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∋ ....

أ)] ٣ ، ٧ [ب) [٣ ، ٧] جـ)] ٣ ، ٧ [د) [٣ ، ٧]

١٠ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { أ } وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم
فإن طول نصف قطر الأخرى = ... سم

أ) ٥ ب) ٦ جـ) ١١ د) ١٦

١١ إذا كان الدائرتان م ، ن متماستان من الخارج وطول نصف قطر إحداهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم
فإن طول نصف قطر الأخرى = ... سم

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٩ د) ١٤

١٢ م دائرة طول قطرها ٧ سم ، أ نقطة في مستوى الدائرة وكان م أ = ٤ سم فإن أ تقع ....

أ) داخل الدائرة ب) خارج الدائرة جـ) على الدائرة د) على مركز الدائرة

١٣ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو ....

أ) صفر   ب) ١   جـ) ٢   د) ٣

١٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

أ) المثلث   ب) المربع   جـ) المعين   د) المستطيل

١٥ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

أ) معين   ب) مستطيل   جـ) شبه منحرف   د) متوازى أضلاع

١٦ مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع ....

أ) متوسطات المثلث   ب) ارتفاعات المثلث   جـ) محاور تماثل أضلاعه   د) منصفات زواياه الداخلة

١٧ مركز الدائرة الخارجة لأى مثلث هو نقطة تقاطع ....

أ) متوسطات المثلث   ب) ارتفاعات المثلث   جـ) محاور تماثل أضلاعه   د) منصفات زواياه الداخلة

١٨ قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة = ...

أ) ٣٦٠   ب) ١٨٠   جـ) ١٢٠   د) ٩٠

١٩ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = ...

أ) ١ : ٢   ب) ١ : ٣   جـ) ٢ : ١   د) ٣ : ١

٢٠ طول نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق سم = ... سم

أ) ٢ π نق   ب) $\frac{١}{٤}$ π نق   جـ) $\frac{١}{٣}$ π نق   د) π نق

٢١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ...

أ) °٤٥   ب) °٩٠   جـ) °١٢٠   د) °١٨٠

٢٢ أ ب جـ د شكل رباعى دائرى فيه ق ($\hat{أ}$) = °٦٠ فإن ق (جـ) = ...

أ) °٦٠   ب) °٣٠   جـ) °٩٠   د) °١٢٠

٢٣ إذا كان الشكل أ ب جـ د رباعى دائرى وكان ق ($\hat{أ}$) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\hat{جـ}$) فإن ق ($\hat{أ}$) = ...

أ) °٩٠   ب) °٦٠   جـ) °١٢٠   د) °١٨٠

٢٤ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج =....................

أ) صفر   ب) ١   جـ) ٢   د) ٣

٢٥ المماسان المرسومان من نهايتى قطر في دائرة يكونان ....

أ) متوازيان   ب) منطبقان   جـ) متقاطعان   د) متساويان في الطول

٢٦ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ....

أ) وتران ب) مماسان جـ) وتر ومماس د) وتر و قطر

٢٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتان هو ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

٢٨ الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أصغر في الدائرة تكون ....

أ) منعكسة ب) قائمة جـ) منفرجة د) حادة

٢٩ الشكل الرباعى الدائرى في الأشكال التالية هو ....

أ) المعين ب) المستطيل جـ) متوازى الأضلاع د) شبه المنحرف

٣٠ إذا كانت أ نقطة تقع على الدائرة م التي قطرها ٦ سم فإن أ م = ... سم

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

٣١ المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥سم يكون على بعد .... سم من مركزها

أ) ٥ ب) ١٠ جـ) صفر د) ٣

٣٢ دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ... سم

أ) ١٢ π ب) ٦ π جـ) ١٠ π د) ٢٤ π

٣٣ القطر هو .... يمر بمركز الدائرة

أ) وتر ب) مستقيم جـ) شعاع د) مماس

٣٤ أكبر أوتار الدائرة طولا يسمى ....

أ) وتر ب) قطر جـ) نصف قطر د) مماس

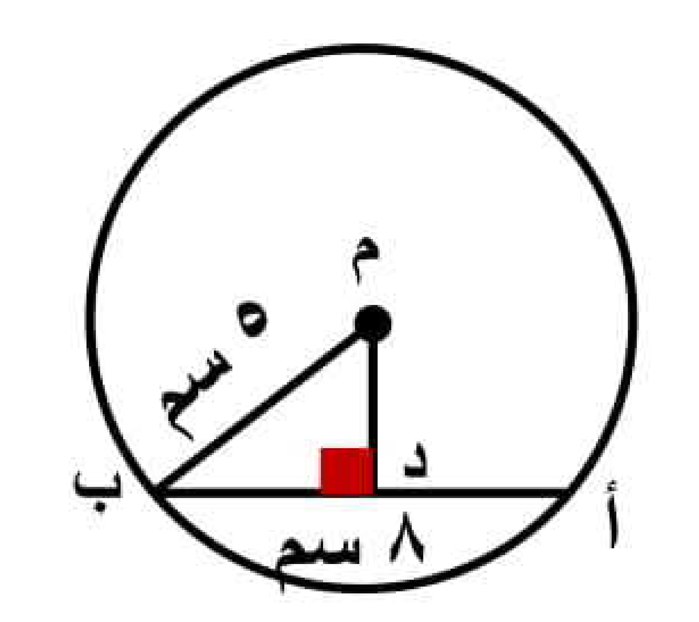
٣٥ <u>في الشكل المقابل</u>: د منتصف أ جـ ، م جـ ⊥ أ ب ، جـ د = ٣ سم

فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى .... π سم^2

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ٩ د) ٣٦

٣٦ <u>في الشكل المقابل</u>: أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم فإن م د = ... سم

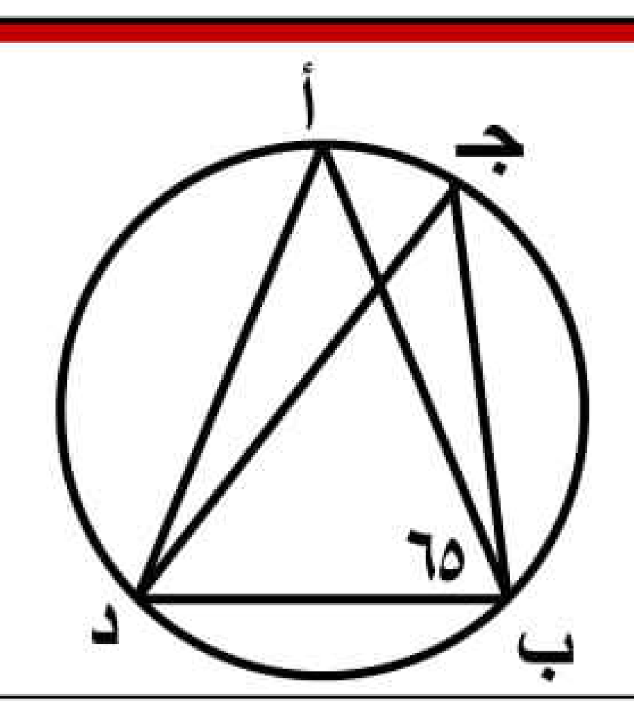
أ) ٥ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٢



٣٧ **في الشكل المقابل:** أ ب = أ د ، ق (أ $\hat{ب}$ د) =٦٥

فإن ق ($\hat{جـ}$) = ... °

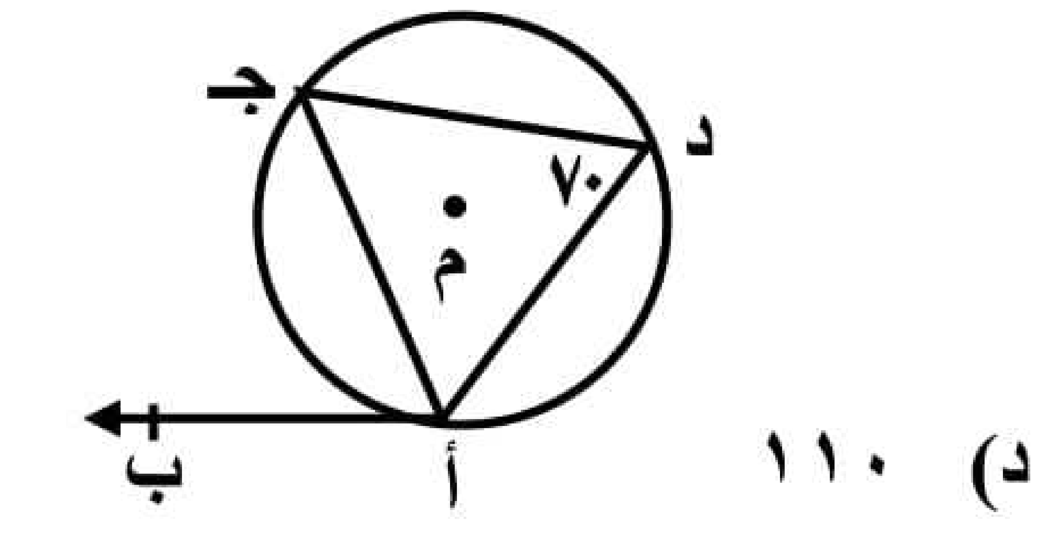
أ) ١٥ ب) ٢٥ جـ) ٣٠ د) ٥٠



٣٨ **في الشكل المقابل:** أ ب مماس للدائرة م عند ب

ق (جـ $\hat{د}$ أ) = ٧٠° فإن ق(جـ $\hat{أ}$ ب) = ... °

أ) ١٤٠ ب) ٣٥ جـ) ٧٠ د) ١١٠



٣٩ **في الشكل المقابل :** م دائرة ، م جـ = ٤ سم

ق (جـ $\hat{م}$ ب) = ٦٠° فإن طول $\overset{\frown}{ب د}$ = ...

أ) ٤ π ب) ٨ π جـ) $\frac{٨}{٣}$ π د) ١٦ π

٤٠ **في الشكل المقابل :** $\overleftarrow{أ ب}$ مماس للدائرة م

م ب = ٦ سم ، أ ب = ٨ سم فإن أ م = ... سم

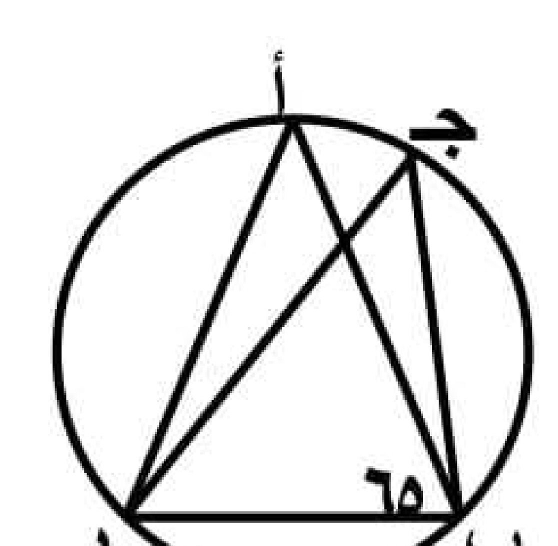
أ) ٥ ب) ١٠ جـ) ١٢ د) ١٣



٤١ **في الشكل المقابل :** دائرة مركزها م

إذا كان ق $\overset{\frown}{(أ ب)}$ = ٥٠° فإن ق (أ $\hat{د}$ ب) = ...

أ) ٢٥° ب) ٥٠° جـ) ١٠٠° د) ١٥٠°

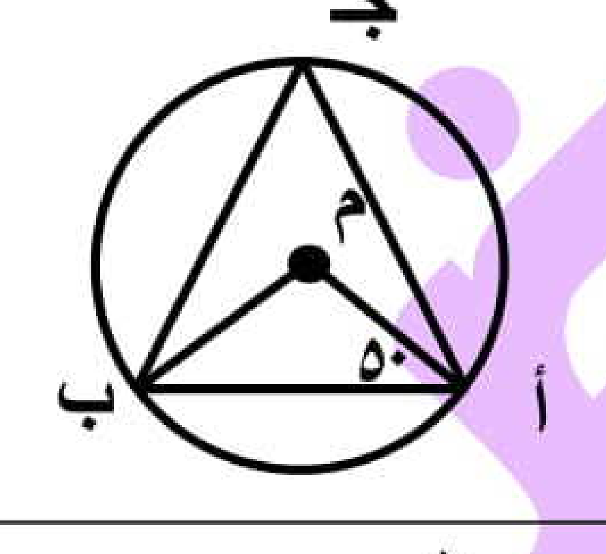




٤٢ **في الشكل المقابل :** دائرة مركزها م

ق (م $\hat{أ}$ ب) = ٥٠° فإن ق ($\hat{جـ}$) = ...

أ) ٥٠° ب) ٨٠° جـ) ٤٠° د) ٣٠°



٤٣ **في الشكل المقابل :** $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$

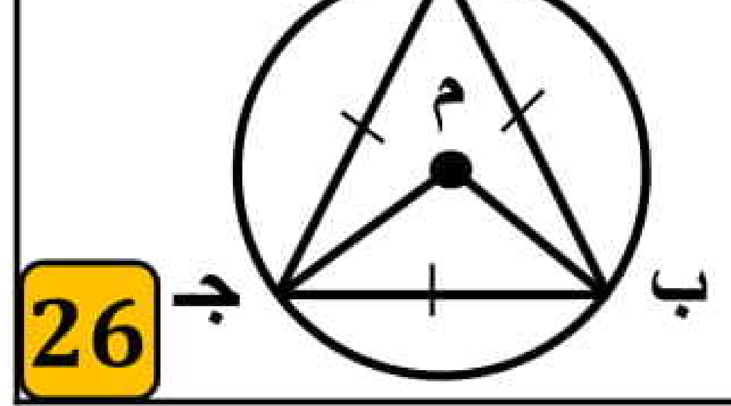
ق $\overset{\frown}{(أ جـ)}$ = ٣٠° فإن ق (ب $\hat{هـ}$ د) = ...

أ) ١٠° ب) ١٥° جـ) ٣٠° د) ٦٠°

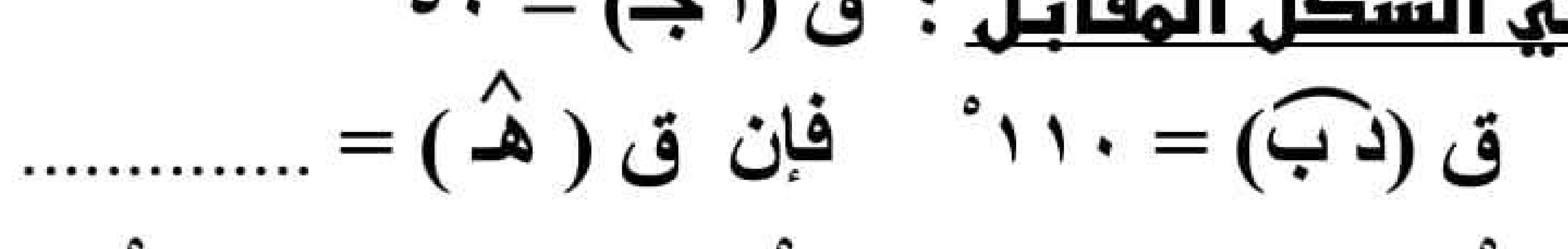
٤٤ **في الشكل المقابل :** أ ب جـ ∆ متساوى الأضلاع

فإن ق (ب $\hat{م}$ جـ) = ...

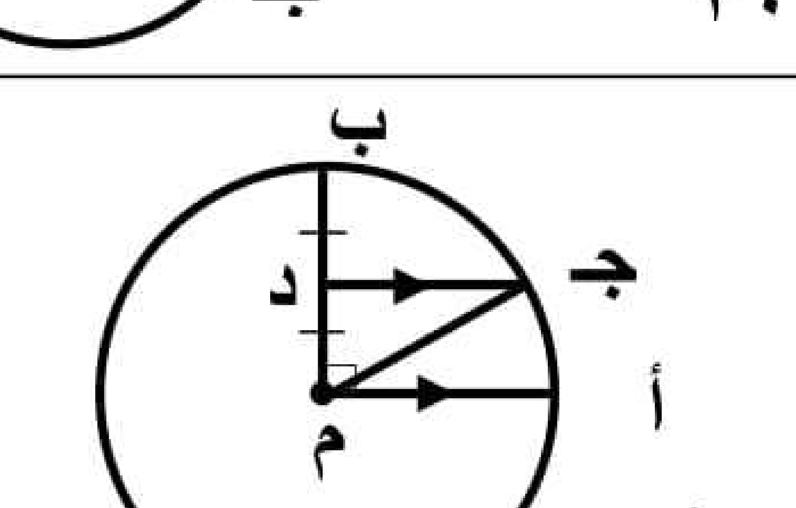
أ) ٥٠° ب) ٦٠° جـ) ١٢٠° د) ١٠٠°



٤٥ **في الشكل المقابل** : ق (أ جـ) = ٥٠°


ق (د ب) = ١١٠°   فإن ق (هـ) = ...

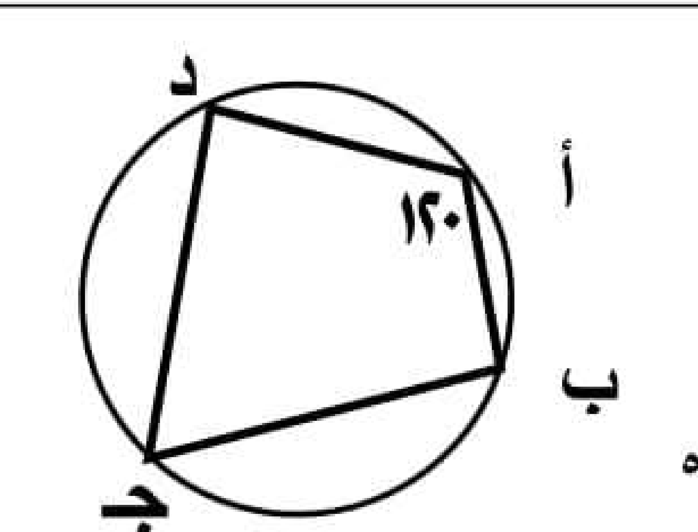
أ) ٦٠°   ب) ٥٠°   جـ) ٤٠°   د) ٣٠°



٤٦ **في الشكل المقابل** : أ م // جـ د ، م د = د ب

ق (أ م ب) = ٩٠°   فإن ق (أ جـ) = ...

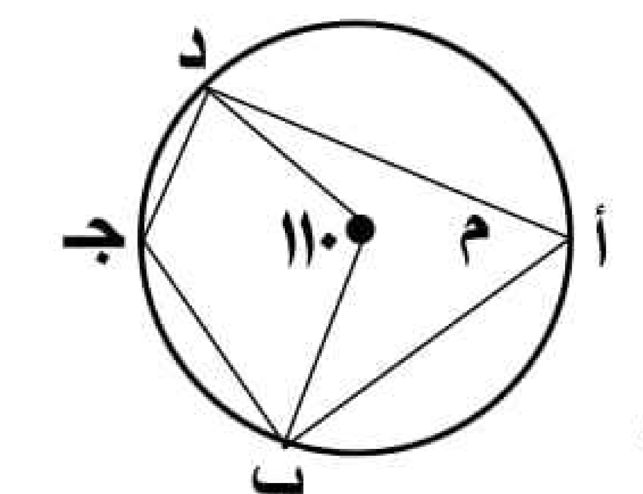
أ) ٤٥°   ب) ٦٠°   جـ) ٣٠°   د) ٩٠°



٤٧ **في الشكل المقابل** : ق (أ) = ١٢٠°

فإن ق (جـ) = ...

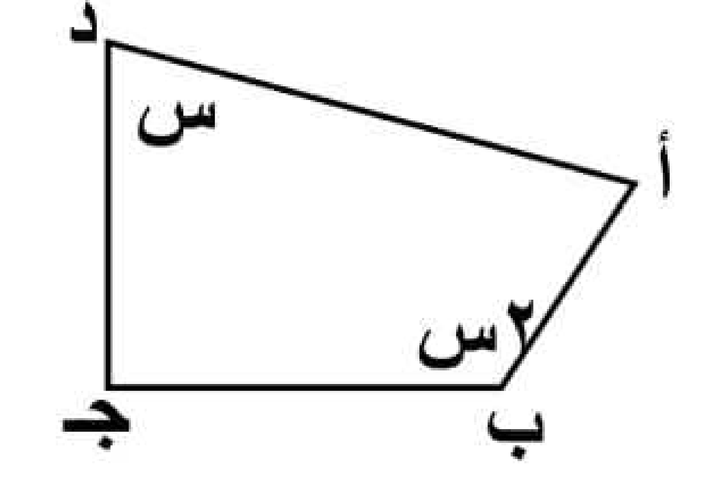
أ) ٦٠°   ب) ٩٠°   جـ) ١٢٠°   د) ١٨٠°



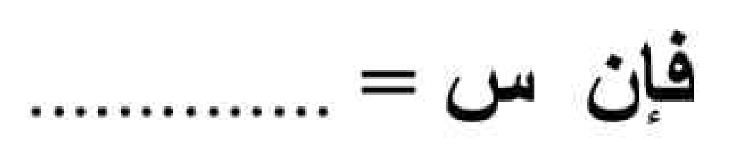
٤٨ **في الشكل المقابل** : دائرة مركزها م

ق (ب م د) = ١١٠°   فإن ق (جـ) = ...

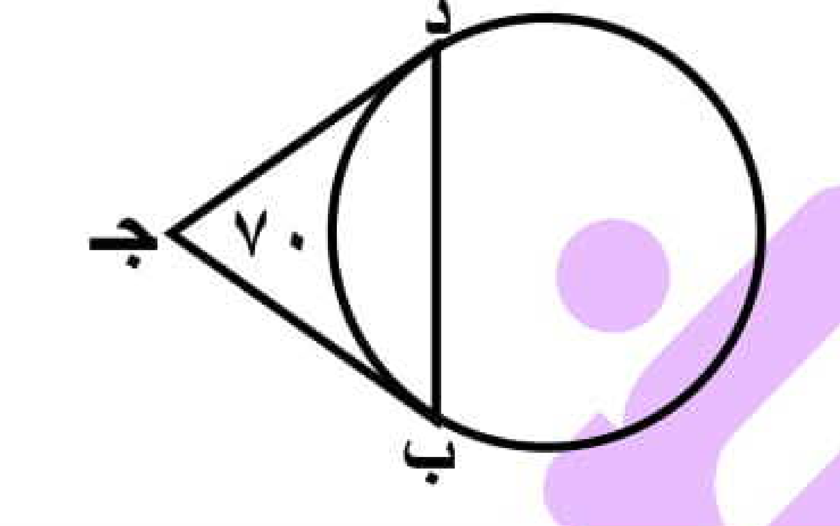
أ) ٧٠°   ب) ١١٠°   جـ) ١٢٥°   د) ٥٥°



٤٩ **في الشكل المقابل** : أ ب جـ د شكل رباعى دائرى


فإن س = ...

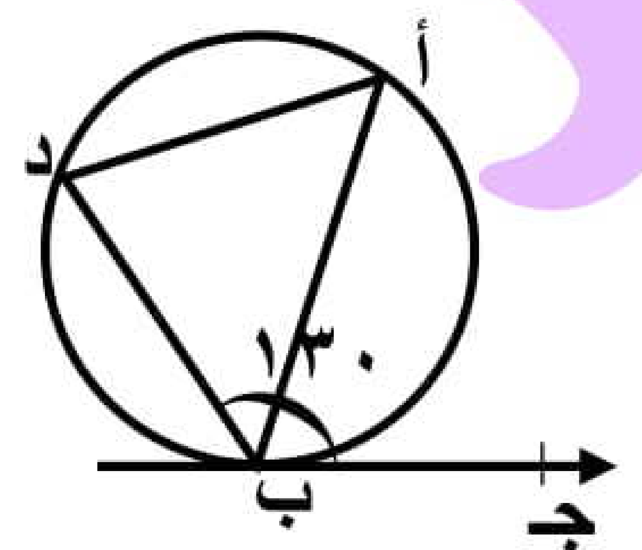
أ) ١٢٠   ب) ١٠٠   جـ) ٦٠   د) ٥٠



٥٠ **في الشكل المقابل** : جـ ب ، جـ د قطعتان مماستان

ق (جـ) = ٧٠°   فإن ق(د ب) الأصغر = ...°

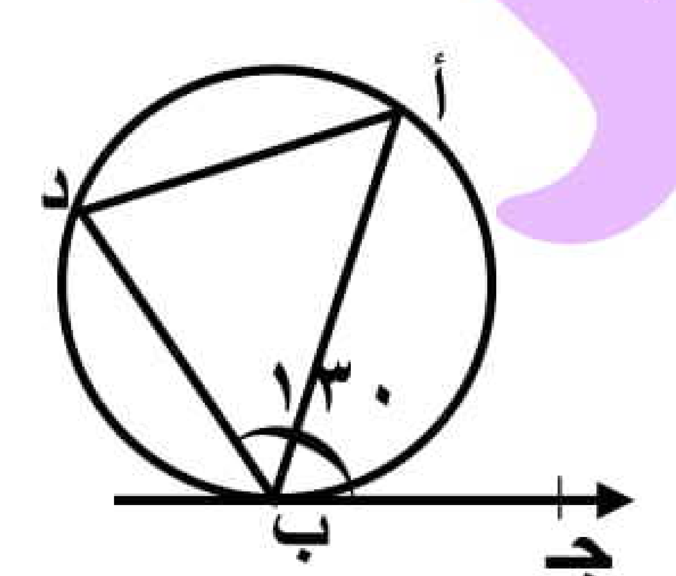
أ) ٧٠   ب) ١١٠   جـ) ١٢٥   د) ٥٥



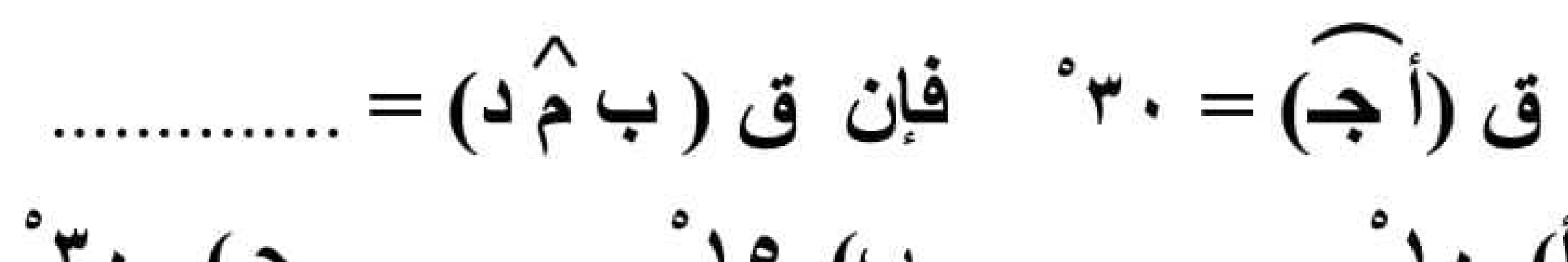
٥١ **في الشكل المقابل** : ب جـ مماس للدائرة

ق (د ب جـ) = ١٣٠°   فإن ق(أ) = ...°

أ) ٥٠   ب) ٦٥   جـ) ١٣٠   د) ١٨٠



٥٢ **في الشكل المقابل** : أ ب // جـ د

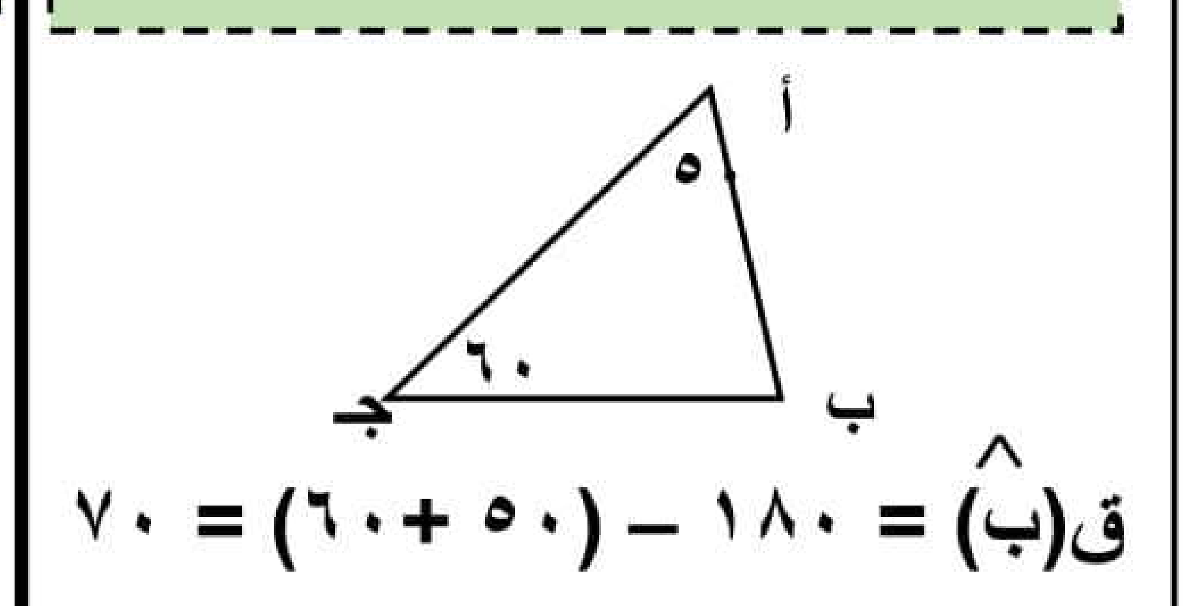

ق (أ جـ) = ٣٠°   فإن ق (ب م د) = ...

أ) ١٠°   ب) ١٥°   جـ) ٣٠°   د) ٦٠°

تراكمى هندسة

1. مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم = ... سم^2
2. مجموع طولى أي ضلعين في المثلث .... طول الضلع الثالث
3. في المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
4. في المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
5. في المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
6. قياس زاوية الشكل السداسى المنتظم = ...
7. عدد محاور تماثل المربع = ... ، عدد محاور تماثل المستطيل = ...
8. ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س − ٤ ص + ١٢ = ٠ هو ....
9. ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...
10. عدد محاور تماثل نصف الدائرة .... عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين
11. القطران المتساويان في الطول وغير متعامدان في ....
12. مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ... سم^2
13. إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ (٣ ، -٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة م هو ....
14. دائرة محيطها ٨ π فإن طول قطرها = ...
15. في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة يساوى ....
16. في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوى ....
17. عدد المستطيلات في الشكل المقابل ....
18. إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم
19. مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = ... سم^2
20. الأعداد ٥ ، ٤ ، .... تصلح أطوال أضلاع مثلث (٨ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢)
21. إذا كان قياس إحدى زاويتى القاعدة في مثلث متساوى الساقين ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = ...°
22. قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ...°

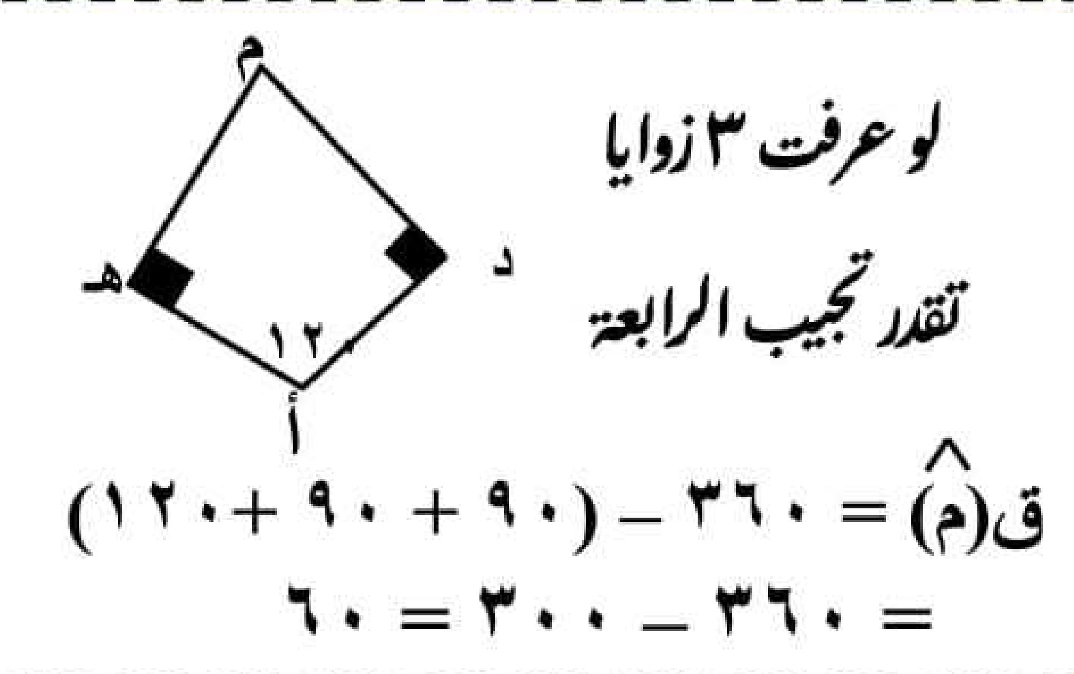
مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠



ق(ب̂) = ١٨٠ – (٥٠ + ٦٠) = ٧٠

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠

لو عرفت ٣ زوايا تقدر تجيب الرابعة

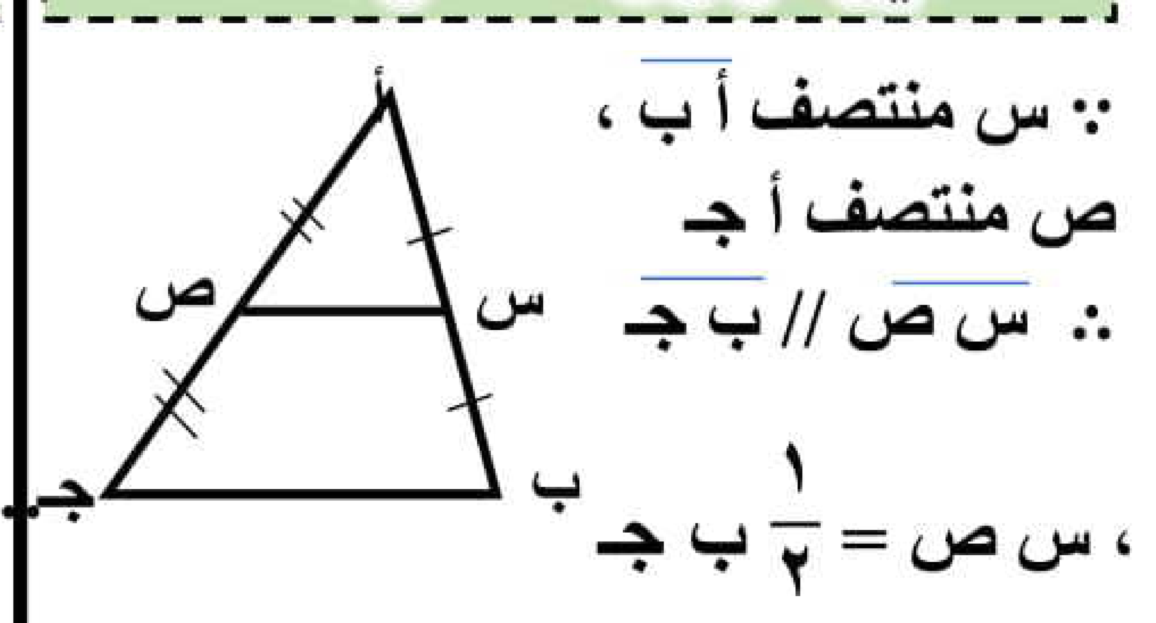


ق(م̂) = ٣٦٠ – (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠)
= ٣٦٠ – ٣٠٠ = ٦٠

في المثلث المتساوى الساقين زاويتا القاعدة متساويتان

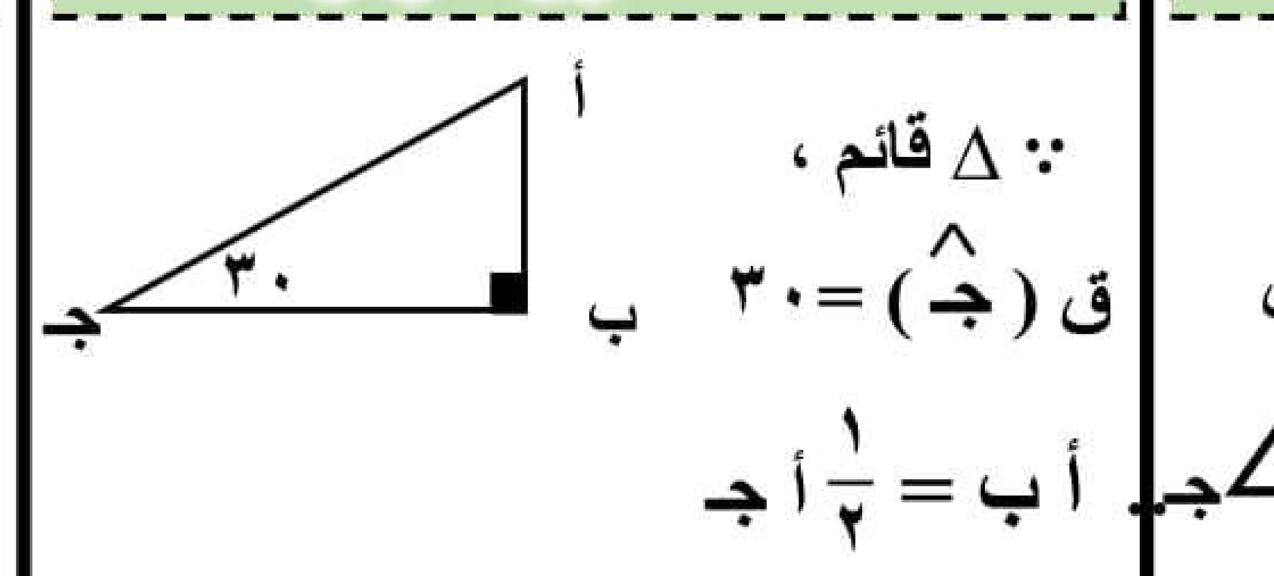
∵ م أ = م ب
∴ ق(أ̂) = ق(ب̂)
∴ ق(ب̂) = ٦٥
، ق(م̂) = ١٨٠ – ١٣٠ = ٥٠

القطعة الواصلة بين منتصفى ضلعين توازى الضلع الثالث



∵ س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ
∴ س ص // ب جـ
، س ص = $\frac{1}{2}$ ب جـ

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

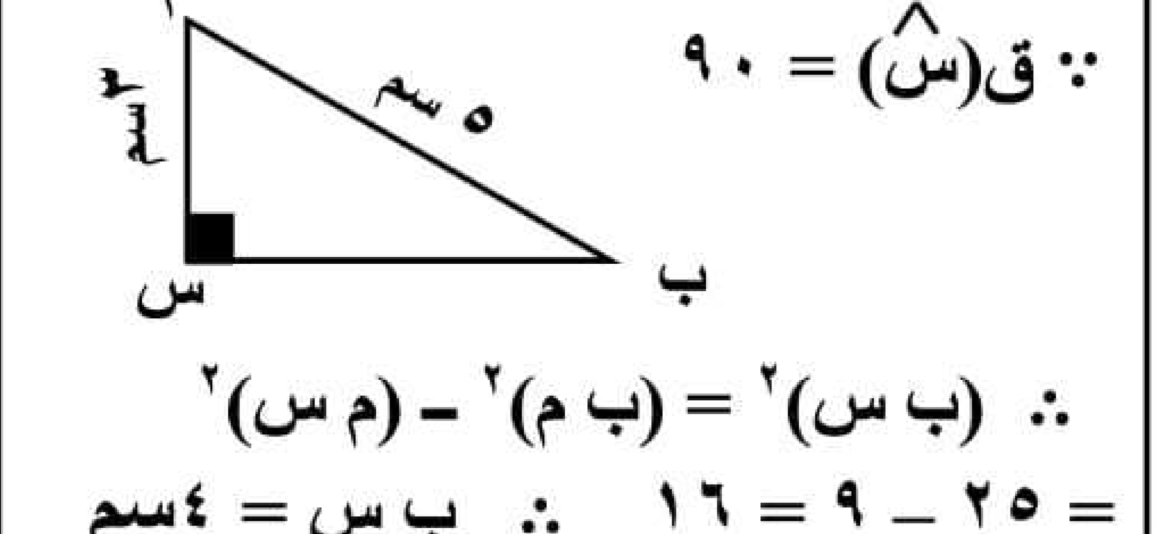


∵ Δ قائم ، ق(جـ̂) = ٣٠
أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ

إذا كان طول الضلع = نصف طول الوتر فإن الزاوية المقابلة له = ٣٠

∵ Δ قائم
∵ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ ∴ ق(جـ̂) = ٣٠

نظرية فيثاغورث



∵ ق(س̂) = ٩٠
∴ (ب س)^2 = (ب م)^2 – (م س)^2
= ٢٥ – ٩ = ١٦ ∴ ب س = ٤سم

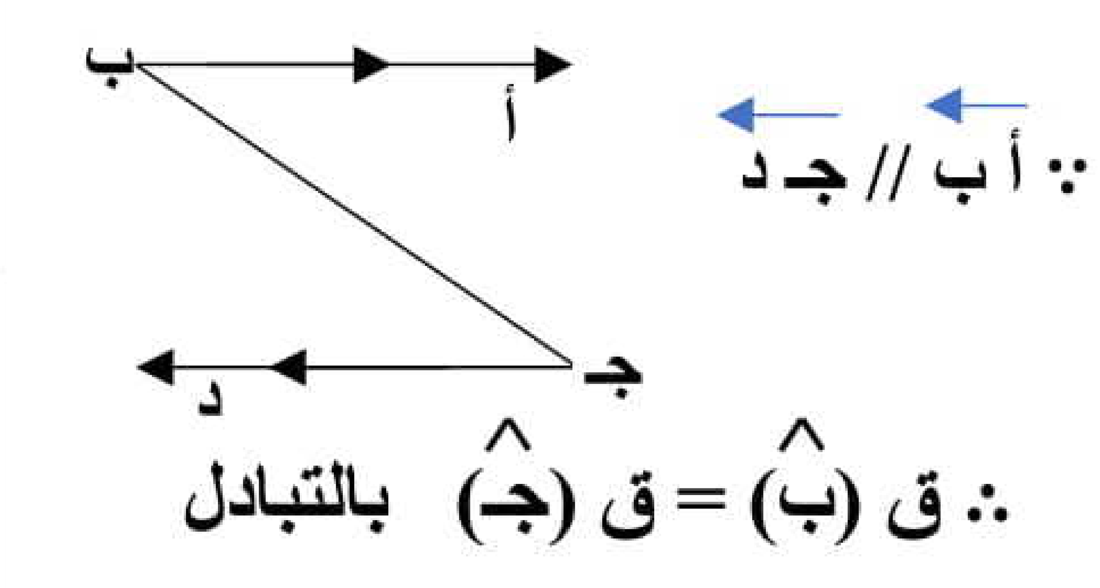
نظرية إقليدس

∵ Δ م أ ب قائم ،
ب د ⊥ الوتر أ جـ
ب د = (أ ب × ب جـ) / أ جـ

قياس الزاوية الخارجة عن المثلث = مجموع الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة

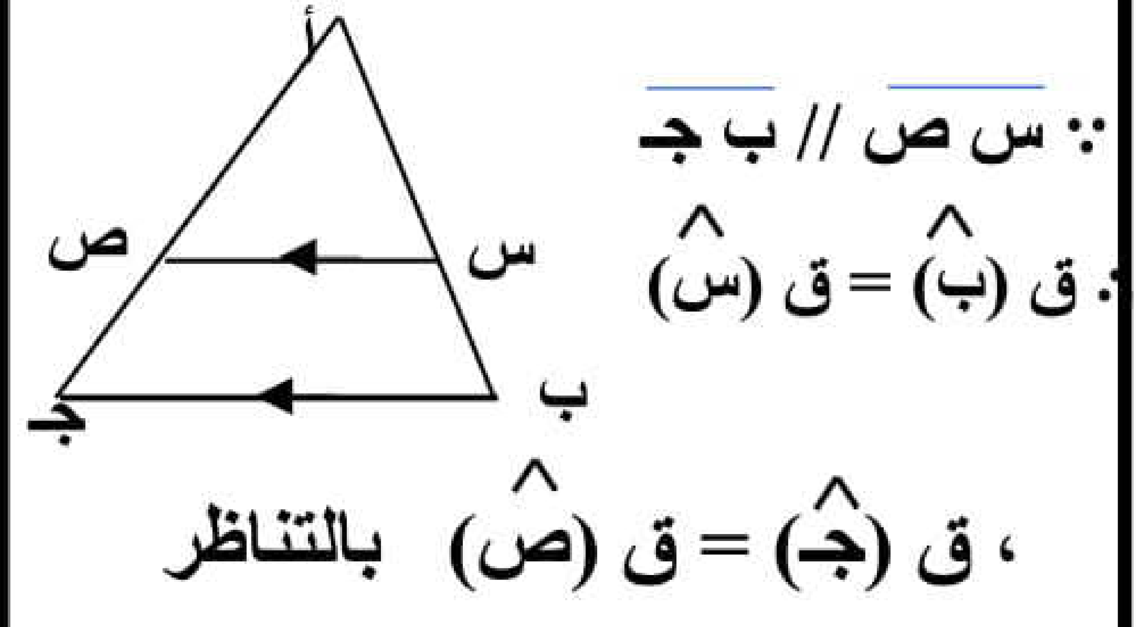
ق(أ ب̂ هـ) الخارجة = ق(أ̂) + ق(جـ̂)
ق(جـ̂) = ق(أ ب̂ هـ) – ق(أ̂)

إذا وجد توازى حرف Z فإن الزاويتان المتبادلتان متساويتان



∵ أ ب // جـ د
∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂) بالتبادل

إذا وجد توازى حرف F فإن الزاويتان المتناظرتان متساويتان



∵ س ص // ب جـ
∴ ق(ب̂) = ق(س̂)
، ق(جـ̂) = ق(ص̂) بالتناظر

إذا وجد توازى حرف U فإن الزاويتان المتداخلتان متكاملتان

∵ أ ب // جـ د
∴ ق(ب̂) + ق(جـ̂) = ١٨٠

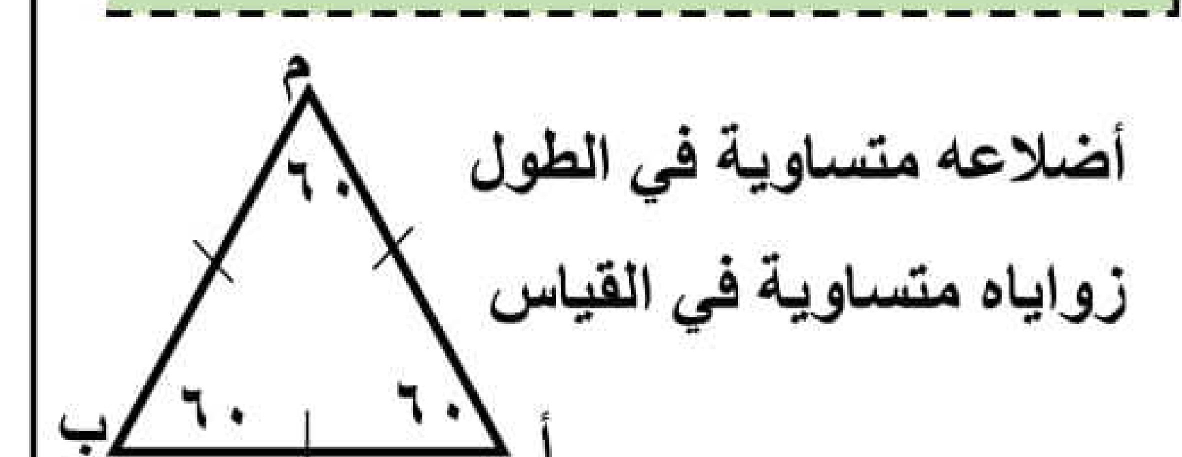
لإثبات التوازى نبحث عن إحدى الحالات الآتية:

- زاويتان متبادلتان متساويتان
- زاويتان متناظرتان متساويتان
- زاويتان متداخلتان متكاملتان

حالات تطابق مثلثين

- ضلعان والزاوية المحصورة بينهما
- زاويتان والضلع المرسوم بينهما
- وتر وضلع (في المثلث القائم)

المثلث المتساوى الأضلاع



أضلاعه متساوية في الطول
زواياه متساوية في القياس

إعداد أ/ محمود عوض

نموذج امتحان رقم ١

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

1) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ....

أ) حادة ب) منفرجة جـ) مستقيمة د) قائمة

2) المماس لدائرة طول قطرها ٨ سم يكون على بعد .... سم من مركزها

أ) ٤ ب) ٣ جـ) ٨ د) ٦

3) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين = ...

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

4) إذا كان أ ب جـ د شكل رباعى دائرى وكان ق (ب) = $\frac{١}{٢}$ ق (د) فإن ق (ب) = ...

أ) ٣٠ ب) ٦٠ جـ) ٩٠ د) ١٢٠

5) إذا كان الشكل أ ب جـ د ~ الشكل س ص ع ل فإن ق (ب) = ق (.........)

أ) س ب) ص جـ) ع د) ل

6) في الشكل المقابل: ق (أ⌒جـ) = ٥٠ ، ق (ب⌒د) = ١١٠ فإن ق (هـ^) = ...

أ) ٦٠ ب) ٥٠ جـ) ٤٠ د) ٣٠

السؤال الثانى

(أ) في الشكل المقابل:

أ ب ، أ جـ وتران متساويان فى الطول

س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ

، ق (جـ أ^ ب) = ٧٠°

١) أوجد ق (د م^ هـ)

٢) اثبت أن س د = ص هـ



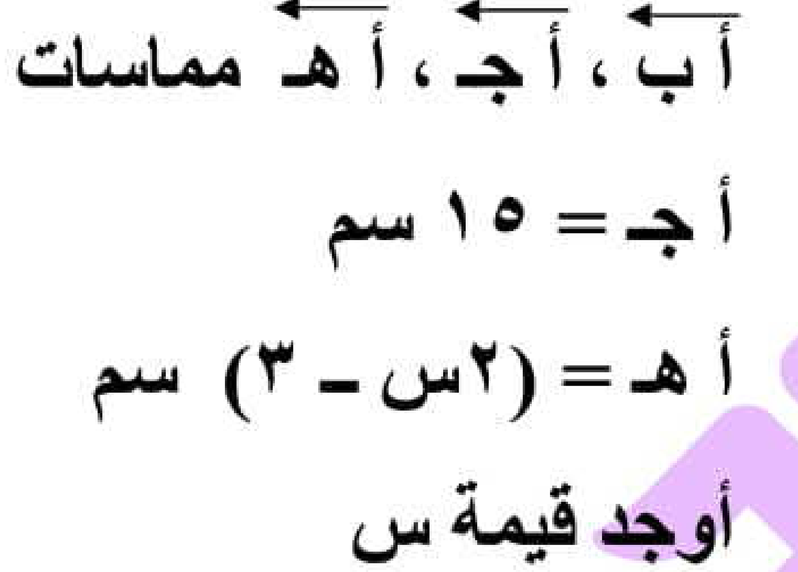
(ب) في الشكل المقابل:

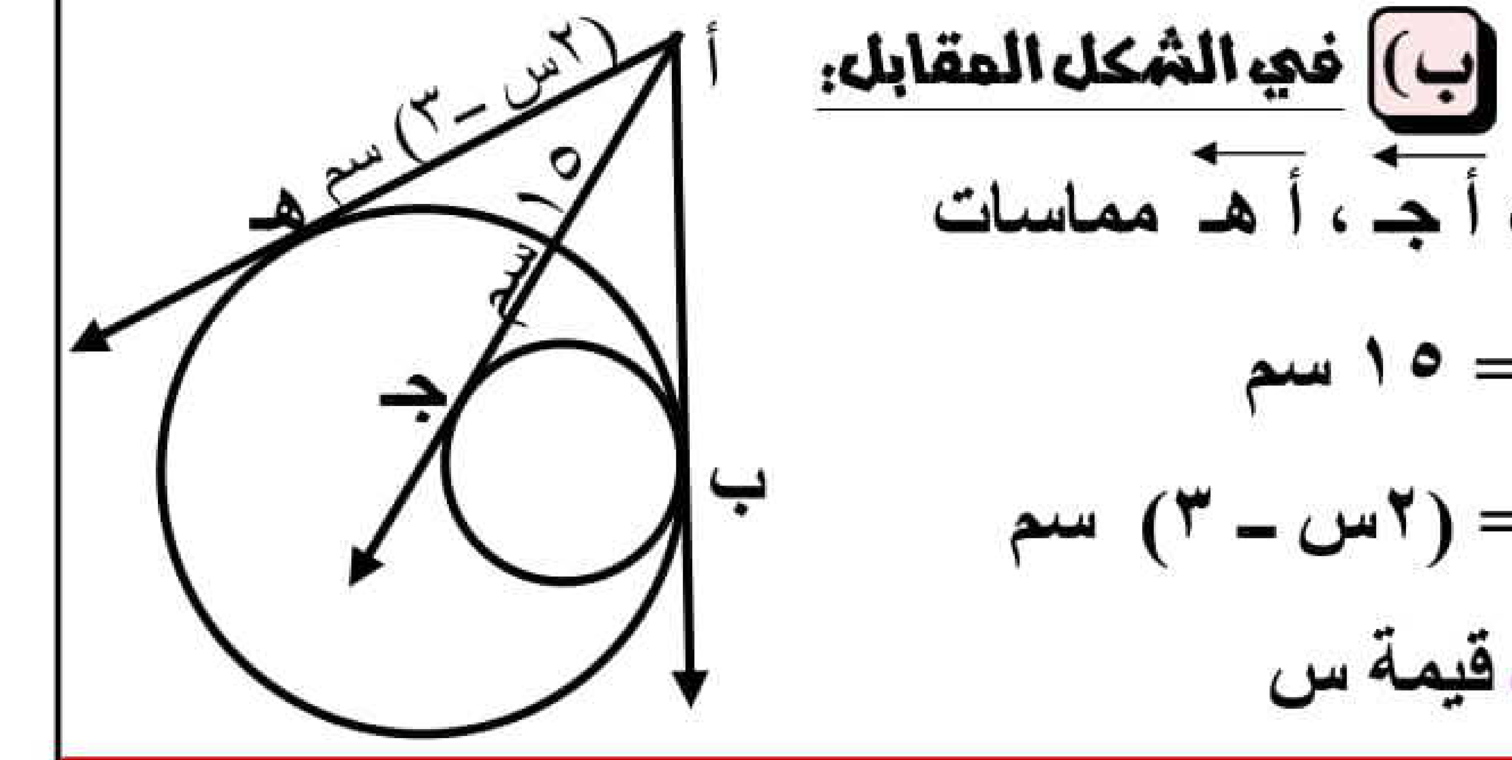
أ ب ، أ جـ ، أ هـ مماسات

أ جـ = ١٥ سم

أ هـ = (٢س ـ ٣) سم

أوجد قيمة س





السؤال الثالث

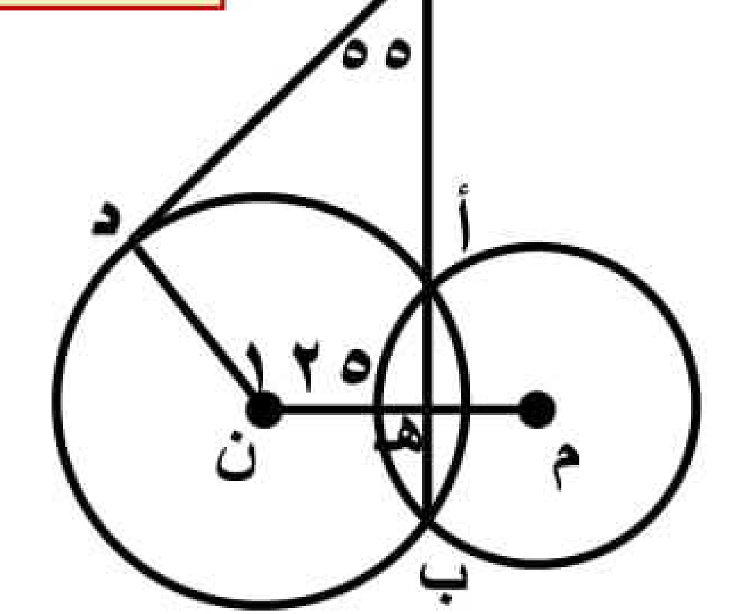
(أ) في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

ق (م ن^ د) = ١٢٥°

ق (ب جـ^ د) = ٥٥°

اثبت أن جـ د مماس



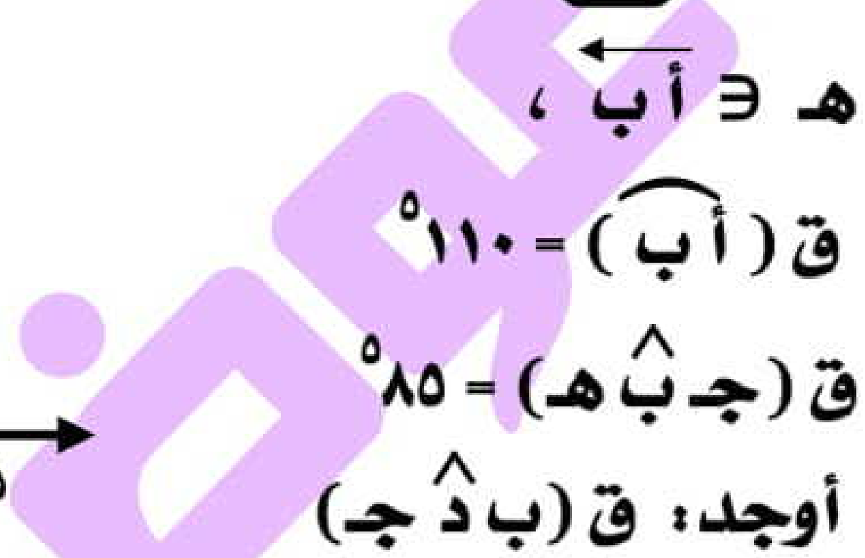
(ب) في الشكل المقابل:

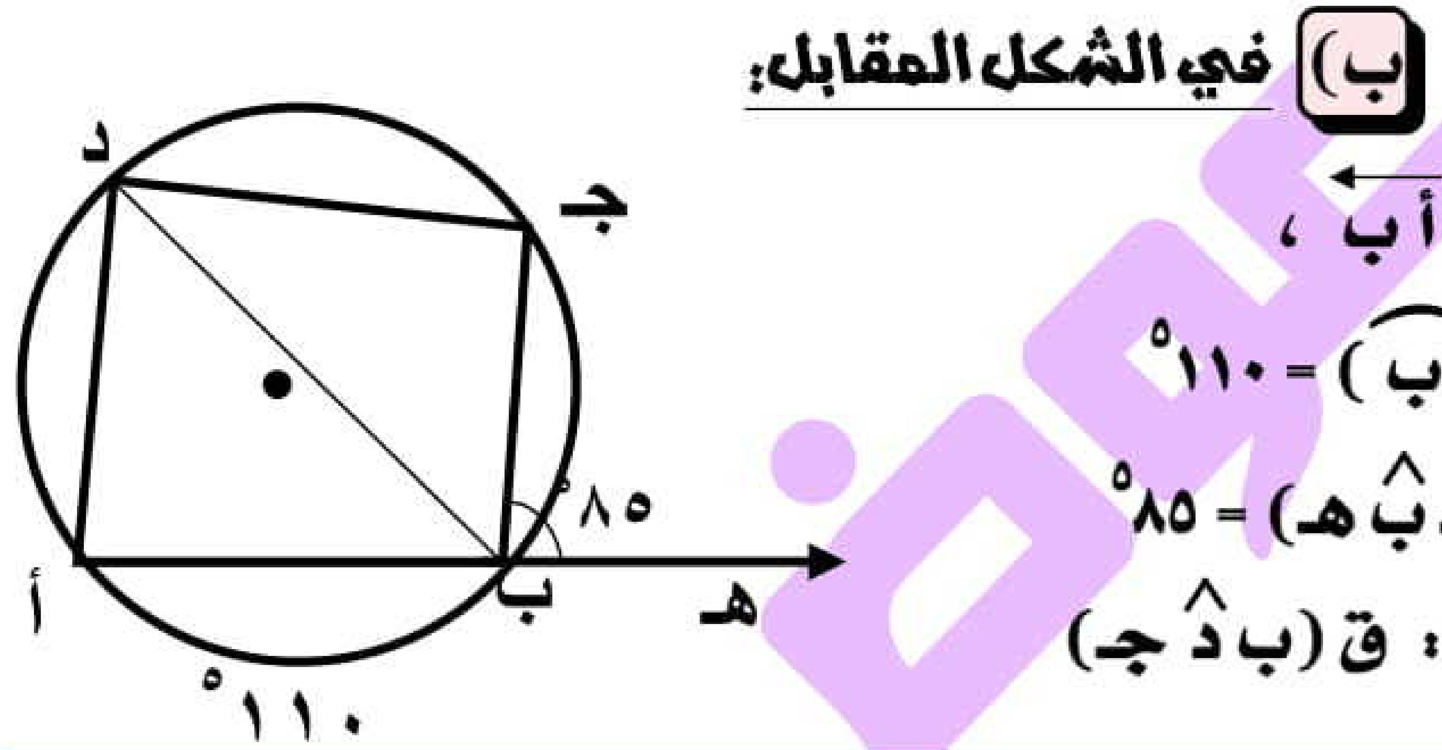
هـ ∈ أ ب ،

ق (أ⌒ب) = ١١٠°

ق (جـ ب^ هـ) = ٨٥°

أوجد: ق (ب د^ جـ)





السؤال الرابع

(أ) في الشكل المقابل:

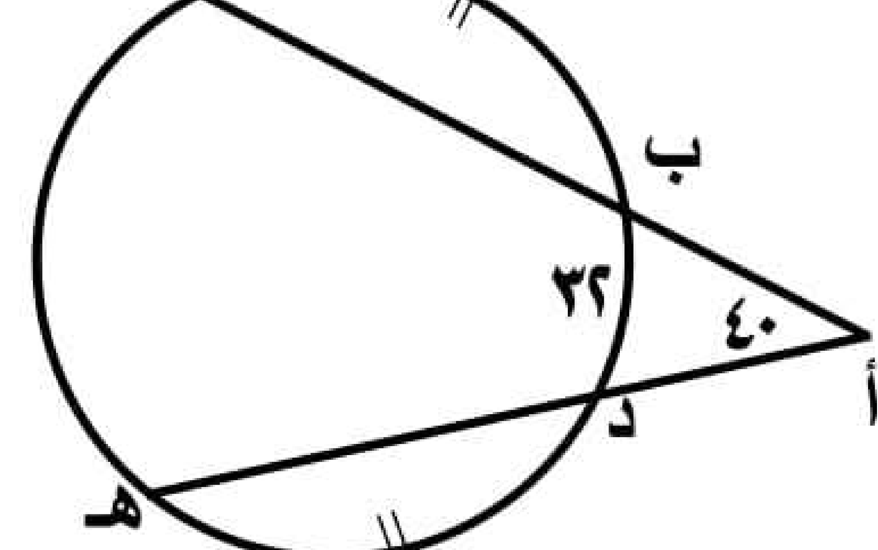
ق (أ^) = ٤٠°

، ق (ب⌒د) = ٣٢°

ق (ب⌒جـ) = ق (د⌒هـ)

أوجد : ١) ق (جـ⌒هـ)

٢) ق (ب⌒جـ)

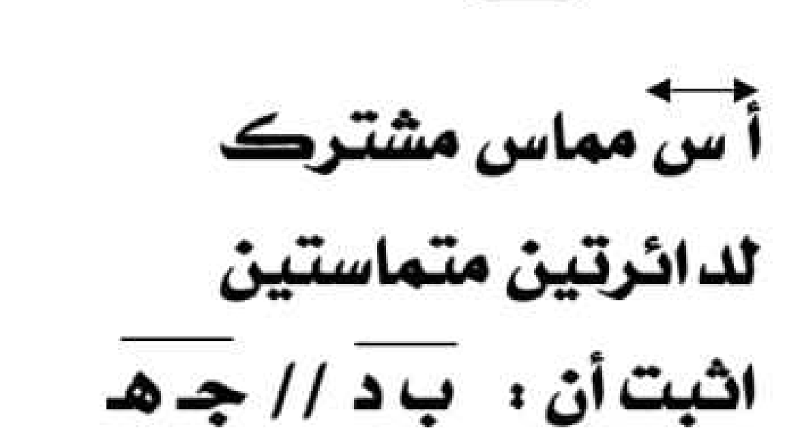


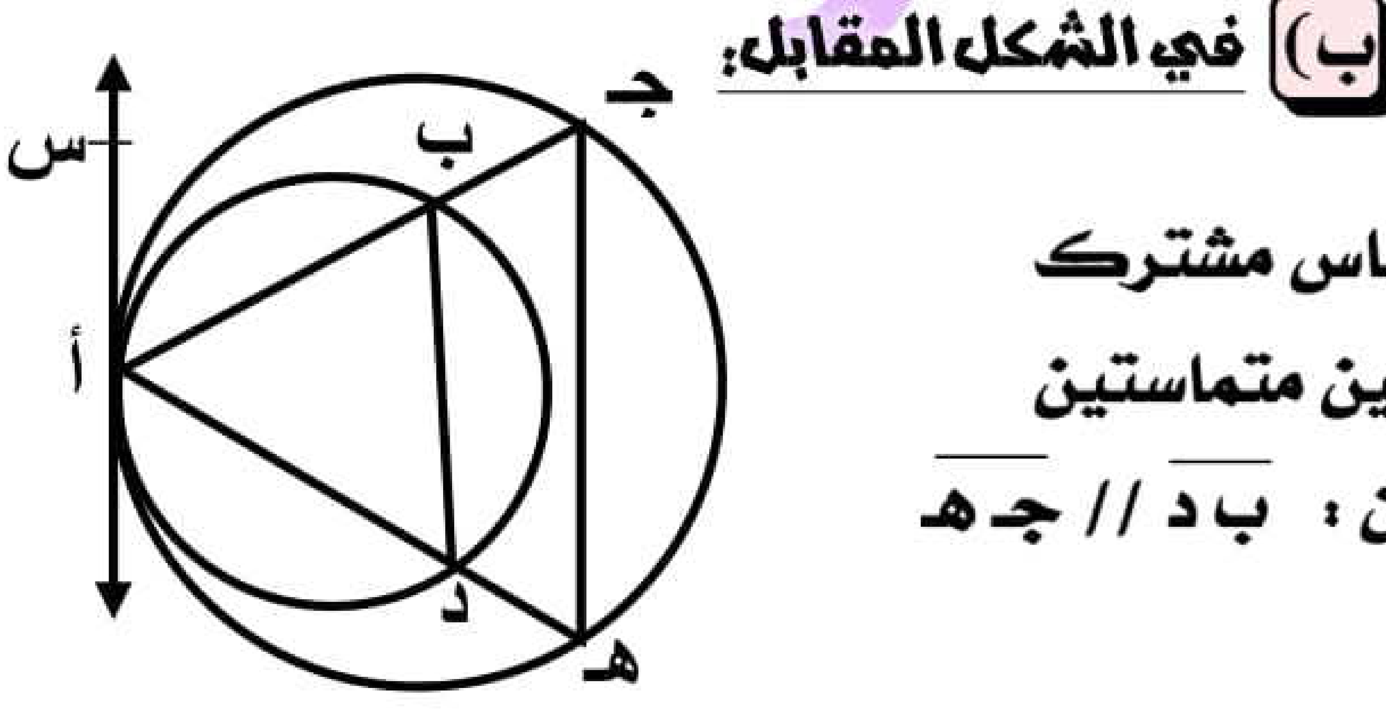
(ب) في الشكل المقابل:

أ س مماس مشترك

لدائرتين متماستين

اثبت أن : ب د // جـ هـ





السؤال الخامس

(أ) في الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ ، ب س ينصف ب

، جـ ص ينصف جـ^

اثبت أن:

١- ب جـ س ص رباعى دائرى

٢- ص س // ب جـ

(ب) في الشكل المقابل:

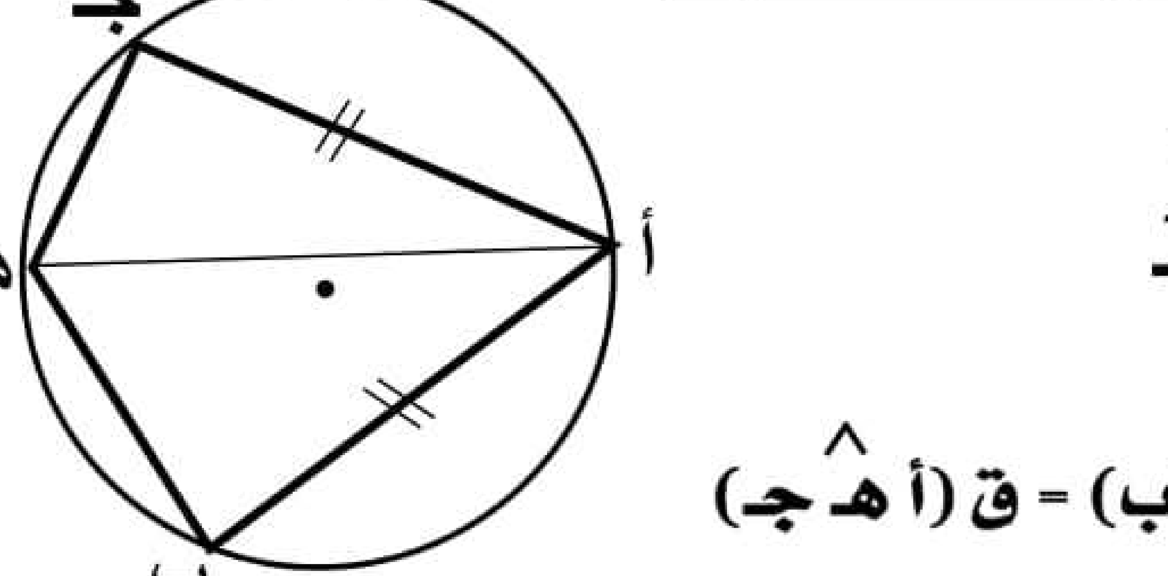
أ ب = أ جـ

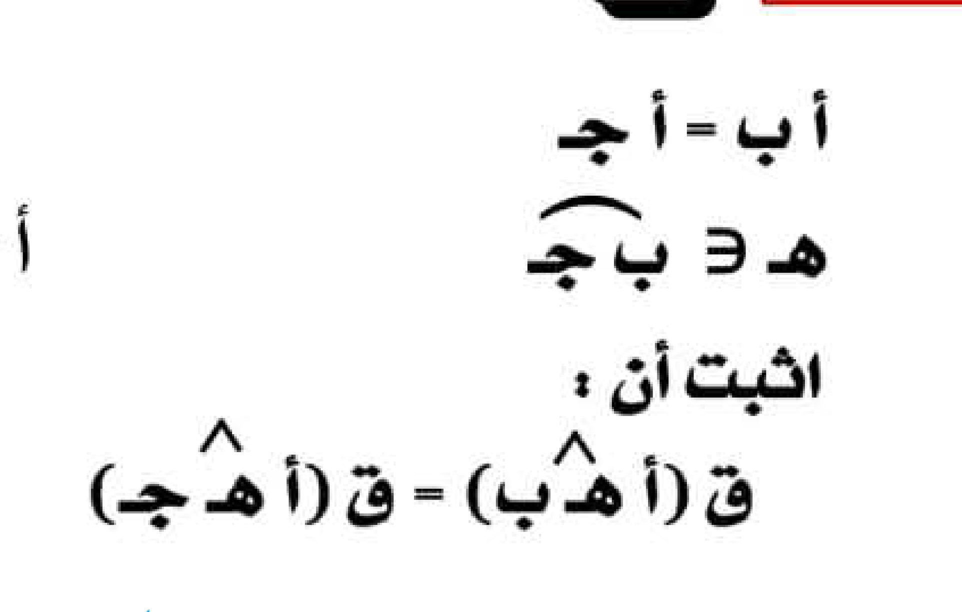
هـ ∈ ب⌒جـ

اثبت أن :

ق (أ هـ^ ب) = ق (أ هـ^ جـ)







إعداد أ/ محمود عوض

نموذج امتحان رقم ٢

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

1. عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ....
أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

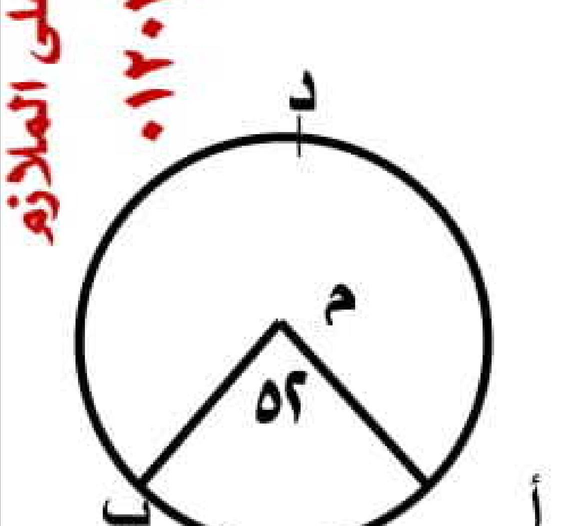
2. إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ...
أ) ٥ ب) ٦ جـ) ١١ د) ١٢

3. عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز = ...
أ) صفر ب) ٢ جـ) ١ د) ٣

4. في الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين ....
أ) متساويتان ب) متكاملتان جـ) متبادلتان د) متتامتان

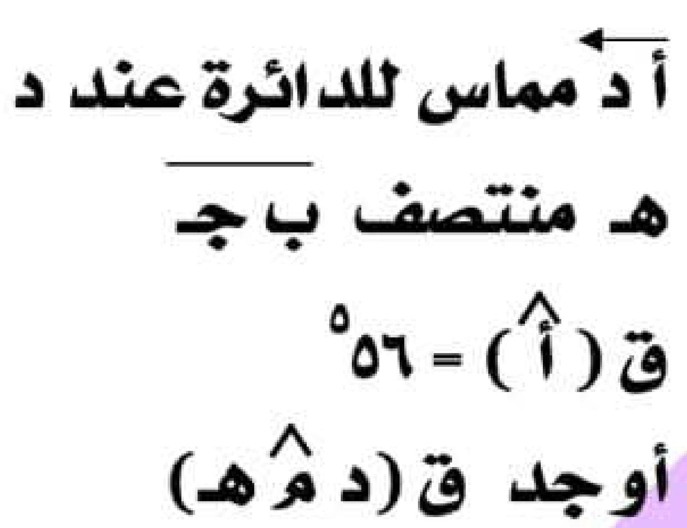
5. م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∋ ....
أ) [٣ ، ٧[ب)]٣ ، ٧[جـ)]٣ ، ٧] د) [٣ ، ٧]

6. في الشكل المقابل: ق (أ م̂ ب) = ٥٢° فإن ق (أ د ب⌢) = ...
أ) ٥٢ ب) ١٠٤ جـ) ١٢٨ د) ٣٠٨

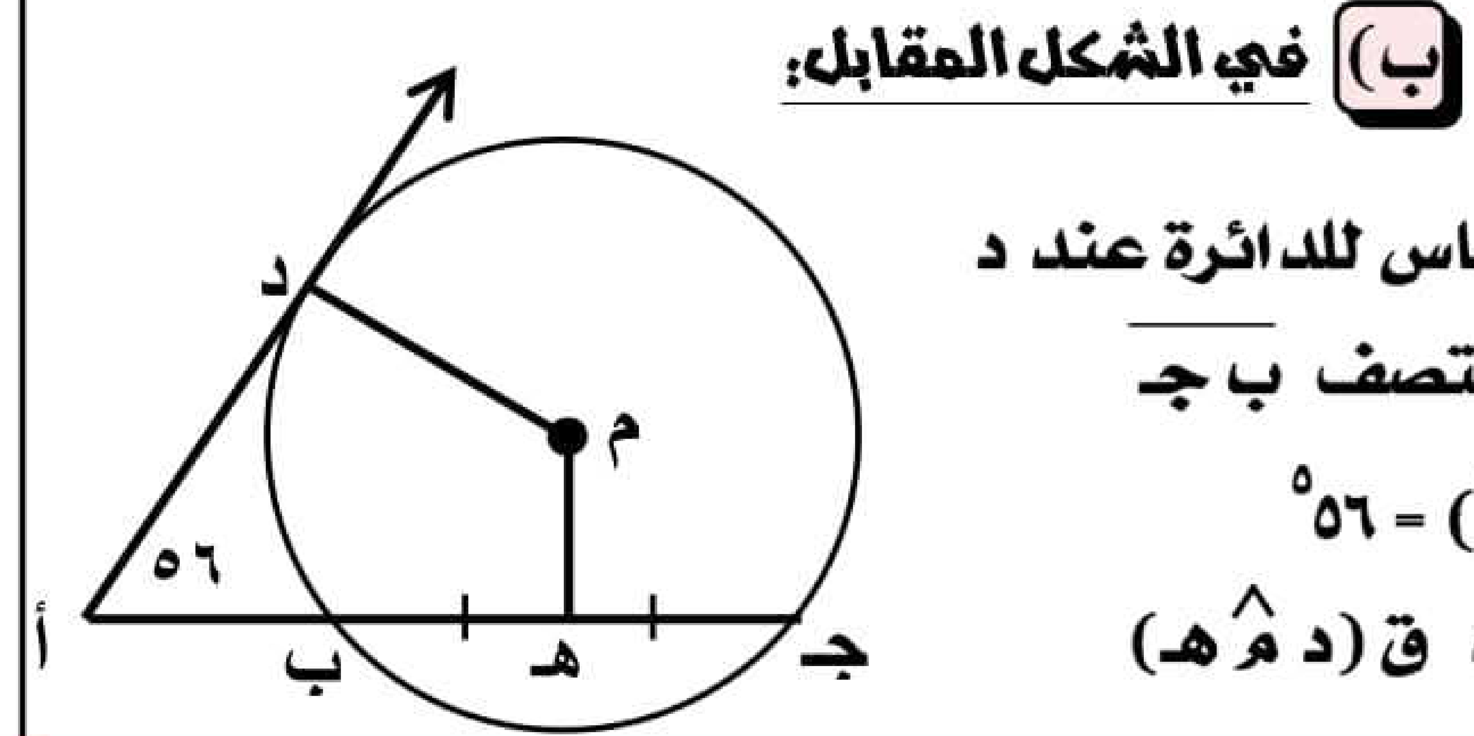


السؤال الثانى

(أ) في الشكل المقابل:
أ ب قطر فى الدائرة ، د هـ ⊥ أ ب
اثبت أن :
أ جـ د هـ رباعى دائرى

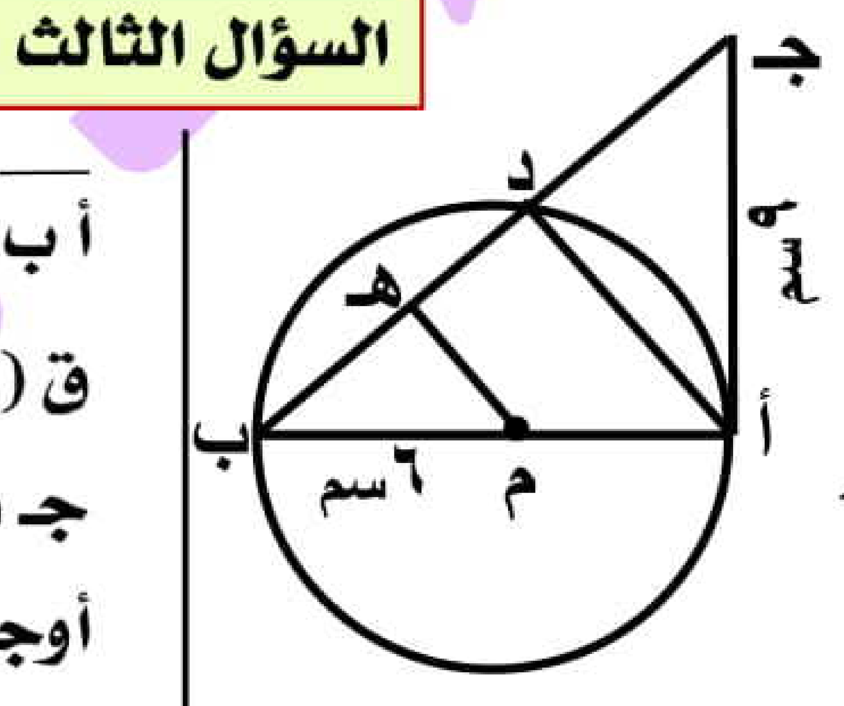


(ب) في الشكل المقابل:
أ د مماس للدائرة عند د
هـ منتصف ب جـ
ق (أ̂) = ٥٦°
أوجد ق (د م̂ هـ)

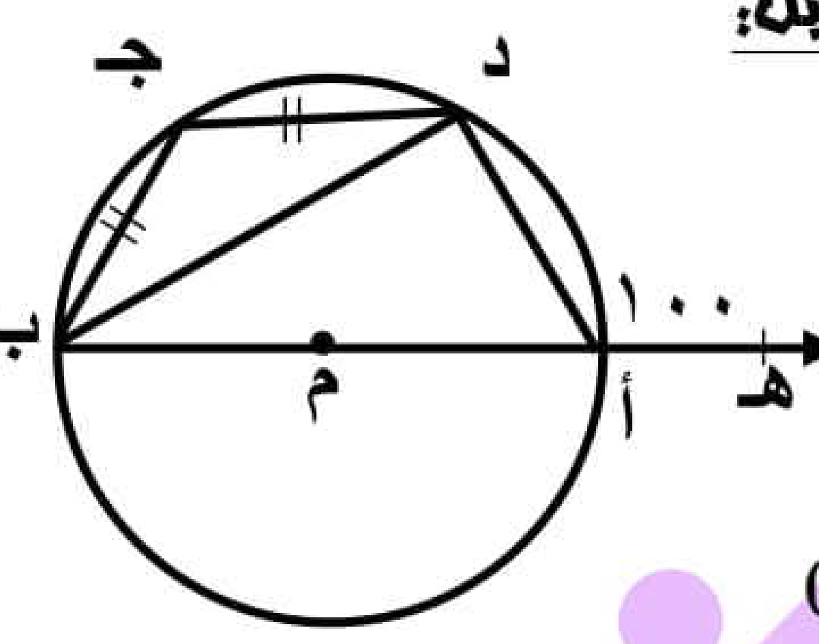


السؤال الثالث

(أ) في الشكل المقابل:
أ ب قطر في الدائرة م ،
أ جـ مماس لها عند أ
فإذا كان أ جـ = ٩ سم ، ب م = ٦ سم
أوجد طول كل من ب جـ ، أ د



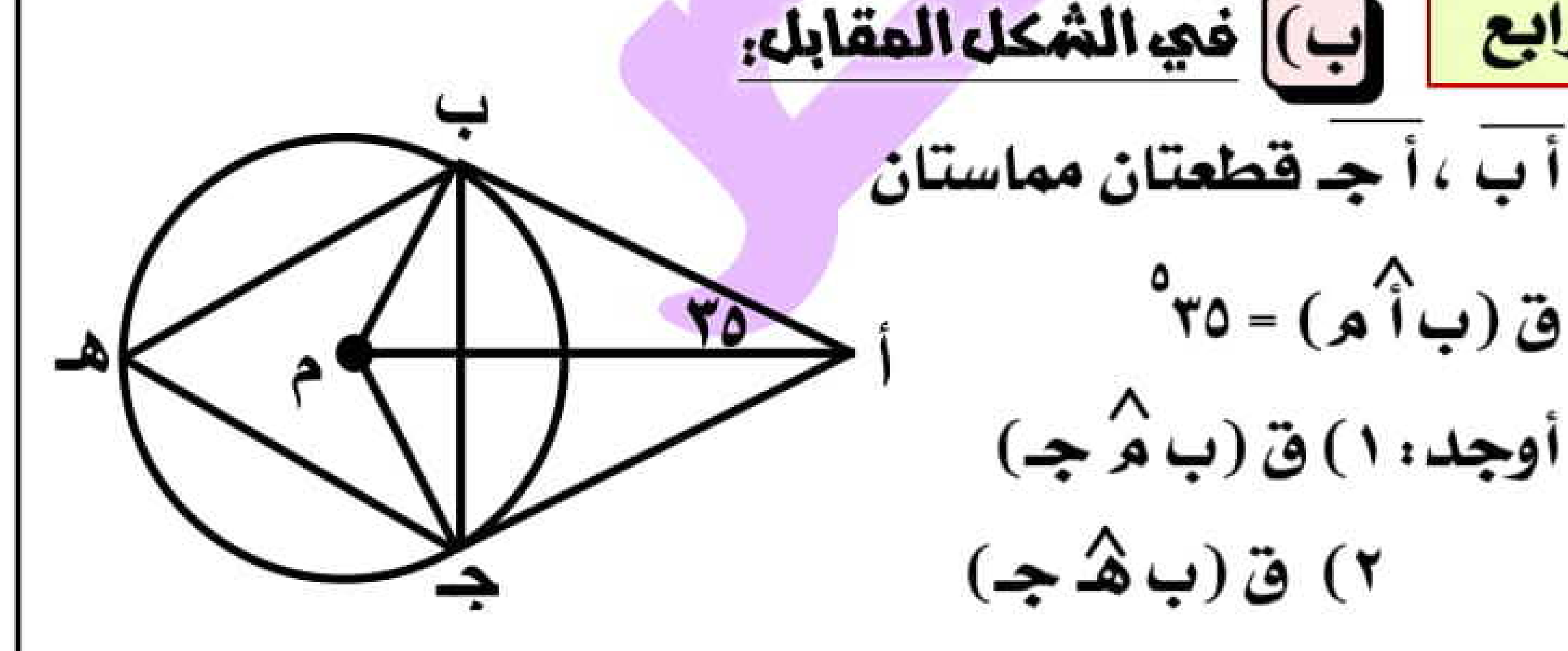
(ب) في الشكل المقابل:
أ ب قطر في الدائرة م
ق (د أ̂ هـ) = ١٠٠°
جـ د = جـ ب
أوجد بالخطوات : ق (أ د̂ جـ)



السؤال الرابع

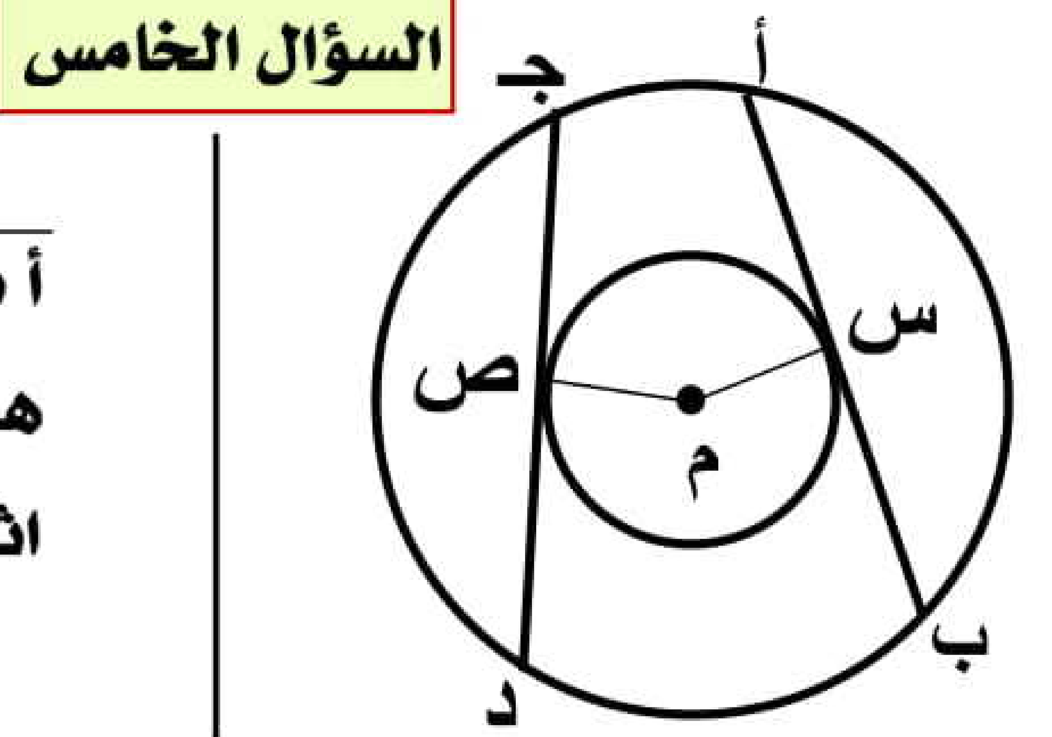
(أ)
أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{1}{6}$ الدائرة .
ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧ سم .

(ب) في الشكل المقابل:
أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان
ق (ب أ̂ م) = ٣٥°
أوجد: ١) ق (ب م̂ جـ)
٢) ق (ب هـ̂ جـ)



السؤال الخامس

(أ) في الشكل المقابل:
دائرتان متحدتا المركز م
أ ب ، جـ د مماسان للصغرى
اثبت أن : أ ب = جـ د



(ب) في الشكل المقابل:
أ ب ∩ جـ د = { هـ }
هـ أ = هـ د
اثبت أن : هـ ب = هـ جـ

